DOI: 10.22481/intermaths.v3i1.10682

Artigo

INTERMATHS
ISSN 2675-8318
Vol. 3, N. 1, Jan - Jun 2022, pp. 243 – 259

Os registros de representação semiótica e a teoria de conjuntos: uma análise de um capítulo de um livro didático

Mateus Boneli Velten

Instituto Federal do Espírito Santo, Cachoeiro de Itapemirim - ES, Brasil

mateusboneli28@gmail.com

Jorge Henrique Gualandi

Instituto Federal do Espírito Santo, Cachoeiro de Itapemirim - ES, Brasil

jhgualandi@ifes.edu.br

The notes of semiotic representation and the theory of sets: the analysis of a chapter of a textbook

Abstract

The different types of semiotic representation are of great relevance to understand the cognitive development of subjects with regard to the appropriation of mathematical knowledge. Thus, the different representations of a mathematical object enable resolution and communication of results got in an activity. Therefore, the following problem arises: how they are introduced, in a textbook chapter (TB), the concept of sets with regard to the types of semiotic representations. To answer this question, we sought to identify and analyze which records s of semiotic representation the TB introduce in the explanation of the sets chapter with regard to the introduction, to the initial concepts, to equality of sets, and how the coordination between these records occurs. This research has a qualitative approach by the interpretation of Bogdan and Biklen, anchored in document analysis, as an information gathering process, in the interpretation of Tozoni-Reis. That chapter was analyzed was analyzed in the light of the Theory of Records of Semiotic Representation (TRSR), by Raymond Duval. At the end of this analysis, it was found that the chapter of sets articulates various types of RSR. Finally, it is concluded that, although the analyzed chapter provide treatment between records, it is necessary that students are encouraged by teachers to explore more than one representation record, doing, whenever convenient, converting one record to another.

Keywords: Textbook; Set theory; Registers of semiotic representation.

Resumo

Os diversos tipos de representação semiótica são de grande relevância para compreender o desenvolvimento cognitivo dos sujeitos no que concerne à apropriação dos saberes matemáticos. Assim, as diferentes representações de um objeto matemático possibilitam a resolução e a comunicação de resultados obtidos em uma atividade. Para tanto, levanta-se a seguinte problematização: como são apresentados, em um capítulo de livro didático (LD), o conceito de conjuntos no que diz respeito aos tipos de representações semióticas. Para responder a essa questão, buscou-se identificar e analisar quais registros de representação semiótica o LD apresenta na explicação do capítulo de conjuntos, no que concerne à introdução, aos conceitos iniciais, à igualdade de conjuntos, e como ocorre a coordenação entre esses registros. Esta pesquisa é de abordagem qualitativa pela interpretação de Bogdan e Biklen, ancorada na análise documental, como processo de coleta de informação, na acepção de Tozoni-Reis. O referido capítulo foi analisado à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), de Raymond Duval. Ao final dessa análise, constatou-se que o capítulo de conjuntos articula vários tipos de RRS. Por fim, conclui-se que, apesar de o capítulo analisado proporcionar o tratamento entre registros, é necessário que os estudantes sejam estimulados pelos docentes a explorar mais de um registro de representação, fazendo, sempre que conveniente, a conversão de um registro em outro.

Palavras-chave: Livro didático; Teoria de conjuntos; Registro de representação semiótica.

Submetido em: 26 de abril de 2022 - **Aceito em**: 06 de junho de 2022

1 INTRODUÇÃO

A matemática, desde sua origem, teve papel fundamental no desenvolvimento do homem. Isso ocorre porque ela está presente em diferentes contextos. A matemática, como disciplina, proporciona ao indivíduo o desenvolvimento do raciocínio lógico, da visualização, da capacidade de investigação, entre outros.

É comum encontrar alunos que se sentem desacreditados da disciplina matemática e dizem não conseguir compreender ou interpretar conceitos ali propostos. Corroborando essa afirmação, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio [PCN] [1] destacam que o aluno, por si só, é capaz de relacionar conceitos e raciocínios desenvolvidos nos diferentes conteúdos, todavia as dificuldades apresentadas na matemática mostram que essa interrelação não ocorre.

Para que esse sujeito consiga assimilar os conteúdos e posteriormente pôlos em prática, é necessário que, durante o processo de escolarização, ele tenha contato com as diferentes formas de representação, para que, assim, estabeleça relações nas matérias vistas. Desse modo, um dos princípios norteadores dos PCN reitera que

> [...] o ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras, escritas numéricas); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos [2, p. 19].

Para isso, desejamos analisar como a teoria de conjuntos é apresentada em um capítulo do livro didático (LD) Prisma - Matemática: conjuntos e funções, obra aprovada pelo PNLD 2021 [3]. Assim, esta pesquisa alicerça-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), proposta por Raymond Duval, em que o autor situa que, na matemática, a mobilização de seus objetos ocorre por meio das diferentes formas de representações.

Duval [4] focaliza, em sua teoria, que o conhecimento dos conceitos matemáticos se dá quando o aluno consegue transitar, por si só, no mínimo, entre dois tipos de registros de representação de um mesmo objeto, fazendo, assim, um tratamento ou uma conversão. Daí a relevância dos diferentes RRS para o ensino de matemática.

Dessa maneira, esta pesquisa procura identificar e analisar quais registros de representação que o livro Prisma - Matemática: conjuntos e funções apresenta na explicação do capítulo de conjuntos, no que concerne à introdução, aos conceitos iniciais, à igualdade de conjuntos, e como ocorre a coordenação entre esses registros.

Conforme destacado, o LD escolhido foi aprovado pelo PNLD 2021[1] e selecionado para uso pelas escolas da região sul do estado do Espírito Santo. Sendo assim, por ser uma realidade próxima, objetivamos fazer tal análise.

Para a realização deste estudo, foi feito um levantamento de pesquisas com recorte tem-

[1] Para maiores informações a respeito dos programas ligados aos livros didáticos consultar [5].

poral, nos últimos cinco anos (2016-2020), nas bases da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) e da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). As palavras-chave utilizadas para nortear a pesquisa, foram: "Teoria dos Registros de Representação Semiótica" e "Teoria dos Registros de Representação Semiótica" and "Teoria de Conjuntos". Com isso, o objetivo dessa busca era verificar, nessas bases de dados, a existência de publicações que remetiam à análise de capítulos de LD, com o auxílio da TRRS.

Durante essas buscas, 176 trabalhos foram encontrados na base Capes e 58 na BDTD, destacando-se que alguns desses trabalhos foram localizados nas duas bases pesquisadas. Encontraram-se trabalhos que utilizavam a TRRS, mas nenhum deles fazia análise de LD envolvendo o conteúdo de conjuntos. Para tanto, elaboramos o seguinte problema de pesquisa: como são apresentados, em um capítulo de livro didático (LD), o conceito de conjuntos no que diz respeito aos tipos de representações semióticas. Para responder a essa questão, buscamos identificar e analisar quais registros de representação semiótica o LD apresenta na explicação do capítulo de conjuntos, no que concerne à introdução, aos conceitos iniciais, à igualdade de conjuntos, e como ocorre a coordenação entre esses registros.

Nas seções seguintes, apresentamos o aporte teórico, metodologia, análise do LD e as considerações acerca da análise.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

A TRRS traz consigo grandes contribuições para a didática da matemática, em que busca compreender o funcionamento cognitivo do pensamento. O pesquisador Duval [4] mostra quão essenciais são as representações semióticas para o saber matemático. Corroborando com essa teoria, a Base Nacional Comum Curricular [BNCC] [6, p. 529] destaca que, "na Matemática, o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, a resolução e a comunicação de resultados de uma atividade".

Mas, afinal, o que seriam representações semióticas? Podemos definir as representações semióticas como "[...] produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento" [4, p. 269]. Entende-se por signo

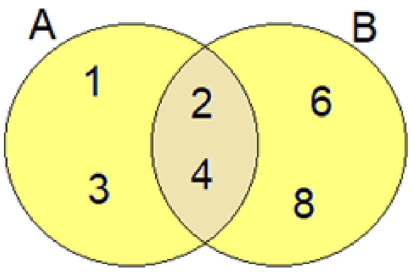
> um sinal mobilizado por alguém (sujeito) capaz de permitir-lhe identificar um sistema ou registro de representação semiótico, como as regras linguísticas ou gramaticais na língua materna, as propriedades ou escritas algébricas para o registro algébrico, as figuras geométricas (ponto, segmento/reta/curva, planos e superfícies) [7, p. 468].

Com isso, da mesma forma que essas representações são fundamentais para o conhecimento, [8] destaca que a articulação entre os mais diversos conteúdos da matemática também é essencial nessa construção. Portanto, relacionar a matemática com ela mesma torna-se necessário. No conteúdo aqui abordado, por exemplo, a noção de conjuntos (apresentada desde os anos iniciais do ensino fundamental, como indicado na BNCC) pode ser inserida de diversas maneiras, seja por conjuntos numéricos, seja de objetos ou até mesmo de pessoas.

Um sistema semiótico permite que os sujeitos desenvolvam atividades cognitivas fundamentais, dentre elas o tratamento e a conversão. Segundo Duval [9], tratamento é a transformação dessa representação em outra representação no mesmo registro em que foi concebida, enquanto conversão é a transformação de uma representação em outro tipo de registro. Almouloud [10] destaca que a coordenação dos RRS é uma condição necessária para compreensão, permitida desde a noção de registros.

Podemos destacar a diferença entre tratamento e conversão com o seguinte exemplo: Dados os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{2, 4, 6, 8\}$, represente $A \cap B$. Se representarmos essa intercessão, pelo registro simbólico, sendo $A \cap B = \{2, 4\}$, teremos um tratamento. Já se representarmos $A \cap B$ pelo diagrama de Venn, caracteriza-se uma conversão.

Figura 1: Exemplo apresentado



Fonte: Elaborado pelos autores.

Nesse sentido, a BNCC enfatiza que "[...] os estudantes devem ser capazes de justificar suas conclusões não apenas com símbolos matemáticos e conectivos lógicos, mas também por meio da língua materna" [6, p. 530], evidenciando, assim, a necessidade de o conteúdo ser trabalhado na diversidade de registros.

Para Duval [4] a compreensão do objeto matemático ocorre quando o aluno consegue transitar por, no mínimo, dois registros de representação. Todavia, é de extrema importância que ele consiga articular os mais diversos registros possíveis. Dessa maneira, percebemos que é a conversão que mais auxilia na compreensão de um objeto matemático. Assim, em consonância com a teoria de Duval, [11, p. 385] afirmam que o ensino de matemática "[...] deve priorizar a coordenação de registros de sistemas semióticos diferentes. A diversidade de registros e a capacidade de passagem de um para outro são o que fundamentam a ideia de aprendizagem matemática".

Muitos alunos podem apresentar dificuldades em transitar entre os diversos tipos de representação. Por outro lado, para o aprendizado dos conceitos matemáticos, eles precisam ser estimulados a fazer. O estudante pode transitar de acordo com a familiaridade de registros que possuir, por exemplo, a linguagem materna, algébrica, gráfica, icônica, entre outros, sendo incentivados a representar um conteúdo matemático em mais de um tipo de registro, indo ao encontro do que a BNCC afirma, em sua competência 4: é importante que os alunos

> [...] sejam estimulados a explorar mais de um registro de representação sempre que possível. Eles precisam escolher as representações mais convenientes a cada situação, convertendo-as sempre que necessário. A conversão de um registro para outro nem sempre é simples, apesar de, muitas vezes, ser necessária [...] [6, p. 538].

Enfatizamos que [4, p. 270] afirma que "não há noésis sem semiose enquanto houver vontade de ensinar matemática". Entende-se pode noésis sendo "as coisas que são próprias em despertar o ato de conceber pelo pensamento" e, por semiose como "a apreensão ou a produção de uma representação semiótica" [4, p. 270]. Portanto, ambos são indissociáveis, visto que é impossível produzir representações semióticas sem antes ter concebido o pensamento, pois, assim, ocorre a compreensão de conceitos matemáticos. A noésis e a semiose estão diretamente ligadas à construção do conhecimento. Desta forma, o LD é um grande aliado do professor no processo de ensino e de aprendizagem, principalmente na concepção do pensamento.

Para Gerard e Roegiers [12, p. 10] LD pode ser definido como "um instrumento impresso, intencionalmente estruturado para se inscrever num processo de aprendizagem, com o fim de lhe melhorar a eficácia". Assim, é importante que as representações semióticas encontradas nesses recursos sejam diversificadas, pois, muitas vezes, na ausência do professor "[...] o livro didático vem assumindo, há algum tempo, o papel de única referência sobre o saber a ser ensinado, gerando, muitas vezes, a concepção de que "o mais importante no ensino da matemática na escola é trabalhar o livro de capa a capa" [13, p. 86].

Como destacado, é interessante que, no material usado pelos alunos e professores como base para as aulas, as representações de um objeto matemático sejam variadas, isso vai auxiliar o estudante na transição pelos diversos sistemas semióticos, consequentemente no processo de ensino. Romanatto destaca que as premissas de um livro de matemática são

> [...] papel e escrita adequados, sequência lógica dos conteúdos, situações-problema relevantes e interessantes, possibilidades de desenvolver o raciocínio lógico para a compreensão e justificação dos conceitos, princípios e procedimentos matemáticos, [...], aplicações dos conceitos em diferentes situações reais, leituras complementares, [...] e condições de integração com outras disciplinas. [14, p. 7].

Mesmo sendo criticado por muitos setores da sociedade, o LD possui grande necessidade para o processo de escolarização e para a economia. Todavia, desconsiderando o valor econômico, vemos no LD "quanto esse instrumento foi importante para comunicar, produzir e transmitir conhecimento escolar pelo menos nos dois últimos séculos" [15, p. 20].

O LD está presente em todo processo de escolarização do aluno, da educação infantil ao ensino médio. Por isso, é necessária a compreensão, por parte do professor, que este é apenas um meio que vai auxiliar o desenvolvimento de sua prática. Assim, é interessante que a aula seja concebida, planejada e organizada antes da entrada em sala. Por esse motivo, é tão importante a participação do professor no processo de escolha do LD a ser utilizado, pois este material vai acompanhá-lo durante todas as aulas e o processo escolar dos alunos.

Os educadores podem se tornar a engrenagem central do PNLD, visto que são eles que desenvolvem práticas de ensino, todos os dias, com os alunos. Sendo assim, uma maneira de solucionar essa inserção do professor "é habilitá-lo para desenvolver seus próprios critérios de escolha (e colocá-los em prática), em vez de apenas escolher que livro prefere [...]" [14, p. 65].

Diante dessas situações, é importante que ocorra a análise do capítulo do LD em questão, para, juntos, compreendermos se os pressupostos da teoria de Duval estão presentes e como ocorre a relação entre eles.

3 METODOLOGIA

Abordamos, nesta seção, a terceira etapa desta pesquisa, que é a metodologia utilizada para desenvolvê-la. Após aprofundado estudo da teoria, definimos o percurso metodológico utilizado, que está dividido em caracterização do processo de escolha do LD e classificação da pesquisa.

3.1 Percurso metodológico

A escolha do LD para a análise do capítulo sobre conjuntos iniciou quando foram divulgadas pelo PNLD 2021 [16] as obras aprovadas com base as análises realizadas pelo programa. Nessa etapa, dez coleções foram aprovadas, entre as quais a escolhida para esta pesquisa.

O livro escolhido para esta pesquisa foi Prisma - Matemática (Conjuntos e Funções) [3], dos autores José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior e Paulo Roberto Câmara de Souza. Assim, adotamos para análise a mesma obra que será utilizada nas escolas estaduais vinculadas à Superintendência de Ensino do Município de Cachoeiro de Itapemirim no estado do Espírito Santo. Destacamos que o LD a ser analisado é o exemplar do professor.

Dessa maneira, segundo o PNLD 2021, a coleção escolhida "se caracteriza por contextualizar os objetos de conhecimento, relacionando-os às diversas práticas sociais e à necessidade de resolver problemas do cotidiano" [16]. Tal característica predominante está diretamente ligada às competências específicas da matemática e suas tecnologias, propostas pela BNCC [6] para o ensino médio.

3.2 Tipo e Classificação da pesquisa

Esta pesquisa possui método qualitativo, do tipo análise documental. Assim, como nosso foco foi analisar um capítulo de um LD, entendemos que os livros didáticos são considerados documentos.

Segundo Bogdan e Biklen [17], a pesquisa qualitativa envolve a aquisição de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação ali estudada, neste caso, o capítulo de um LD. Dessa maneira, o investigador é o instrumento principal desse processo. Isso acontece porque é ele quem está diretamente ligado à pesquisa.

Por isso, o pesquisador qualitativo é o responsável por retirar o maior número possível de informações presentes na situação pesquisada, para que, assim, os investigadores que adotarem esse tipo de pesquisa analisem "os dados em toda a sua riqueza, respeitando, tanto quanto o possível, a forma em que estes foram registrados ou transcritos" [17, p. 48].

Bogdan e Biklen [17, p. 48] destacam que uma das características que a pesquisa qualitativa possui, ao tratar dos dados obtidos, é que estes "são em forma de palavras ou imagens e não de números". Assim sendo, os materiais são ricos em descrições, transcrições, extratos de documentos oficiais, entre outros. Destacamos que até a informação dita "comum" pode ser fundamental.

A análise documental permite ao pesquisador fazer o levantamento de dados, identificar/investigar determinados problemas e assim relacionar os resultados com a TRRS.

4 ANÁLISE DE DADOS

Nesta etapa, apresentamos e descrevemos como o capítulo de conjuntos, do LD Prima - Matemática: conjuntos e função a ser analisado está estruturado. Inicialmente, mostramos as divisões e características que a seção possui. Por fim, destacamos as análises acerca do capítulo em questão.

4.1 O capítulo

O capítulo 1, intitulado de "Conjuntos", possui 47 páginas, iniciando na página 10 e encerrando na página 57, das quais são subdivididas em cinco tópicos, o que é apresentado no quadro 1.

Quadro 1: Organização de conteúdo do capítulo do LD analisado

Título	Conteúdos abordados (subtítulo)
Introdução	–
Conceitos iniciais	Representação de um conjunto; tipos de conjuntos; subconjuntos.
Igualdade de conjuntos	–
Operação entre conjuntos	União de conjuntos; intersecção (ou interseção) de conjuntos; propriedades da união e da intersecção de conjuntos; quantidade de elementos na união de conjuntos; diferença de conjuntos.
Conjuntos numéricos	Conjunto dos números naturais; conjunto dos números inteiros; conjunto dos números racionais; conjunto dos números irracionais; conjunto dos números reais; conjunto dos números complexos.

Fonte: Elaborado, pelo autor, com base em [3, p. 06].

Na organização dos conteúdos, os autores do LD trazem atividades, das quais algumas são resolvidas e outras são propostas para os alunos resolverem. Por fim, há uma seção chamada atividades complementares, com questões de processos seletivos.

No decorrer do capítulo, os autores do LD apresentam questionamentos, intitulados de "Pense e Responda", que podem provocar a reflexão dos alunos sobre o conteúdo, bem como outras informações acerca da temática abordada, denominando "Saiba que". Nesta parte, trazem informações sobre a história da matemática. Agregam também a caixa "Explorando a tecnologia", em que destacam possíveis articulação do conteúdo com o registro gráfico (utilizando-se do software GeoGebra) e a caixa "Conexões", em que os autores relacionam conjuntos numéricos com o cálculo do Índice de Massa Corporal - IMC. Por fim, a seção "História da Matemática", que relaciona as grandezas incomensuráveis aos números irracionais, e a caixa "Para refletir", que oportuniza uma breve retrospectiva sobre o que foi o estudado, com perguntas que provocam a reflexão sobre a compreensão do aluno acerca do conteúdo.

Com isso, optamos por fazer a análise na parte introdutória de cada tópico do capítulo escolhido, no que tange à introdução, aos conceitos iniciais, à igualdade de conjuntos e às operações entre conjuntos, destacando quais são os tipos de representação que são explorados pelos autores do LD, ao abordar o conteúdo, observando se ocorre a articulação entre as representações e se é realizada a conversão ou o tratamento entre os registros. Assim, ressaltamos que as atividades (resolvidas, não resolvidas ou complementares) não foram analisadas.

4.2 Análise do livro

A seguir, destacamos nossas análises acerca do capítulo do LD escolhido. Enfatizamos que o livro escolhido é o LD do professor. Apresentamos, na figura 2, a parte inicial do capítulo analisado.

Figura 2: Abertura do capítulo com informações das abordagens da BNCC


CAPÍTULO
1
A BNCC NESTE CAPÍTULO:
- Competências gerais da BNCC: 4, 7, 8 e 9
- Competências específicas da área de Matemática e suas Tecnologias:
  - Competência específica 2
  - Competência específica 5
- Competência específica da área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias:
  - Competência específica 2

O texto na íntegra das competências gerais e competências específicas da BNCC citadas encontra-se ao final do livro.

Conjuntos

Usamos a ideia de conjunto em várias situações do dia a dia. Ao organizar a lista de amigos para uma festa, ao reunir o material escolar, ao formar um time, por exemplo, estamos constituindo conjuntos.

Neste Capítulo, estudaremos os conjuntos do ponto de vista matemático, analisando algumas propriedades e operações, além de retomar os conjuntos numéricos já vistos no Ensino Fundamental e ampliar os conteúdos associados a esses conjuntos. Esses conteúdos auxiliam na compreensão da linguagem utilizada para expressar conceitos matemáticos e serão utilizados na apresentação de outros conteúdos.

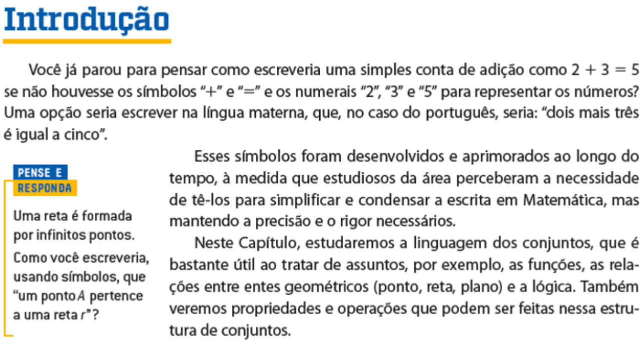
Cada time de vôlei é um exemplo de conjunto.

Fonte: [3, p. 10].

Observamos que, no início do capítulo, os autores do LD apresentam as competências gerais e específicas da área de matemática e suas tecnologias e a articulação realizada com a área de ciências da natureza e suas tecnologias, ou seja, aborda a forma como o capítulo proporciona o desenvolvimento das competências gerais e específicas da BNCC [6]. Ainda nessa apresentação, é destacado um texto introdutório em que se evidenciam algumas atividades comuns aos alunos e se usa a ideia de conjuntos. Faz-se também uma abordagem do que será estudado no capítulo.

Na figura 3, destacam-se a parte inicial do capítulo e a maneira como ele é apresentado, bem como as representações semióticas que os autores utilizam.

Figura 3: Introdução do capítulo analisado



Introdução

Você já parou para pensar como escreveria uma simples conta de adição como 2 + 3 = 5 se não houvesse os símbolos "+" e "=" e os numerais "2", "3" e "5" para representar os números? Uma opção seria escrever na língua materna, que, no caso do português, seria: "dois mais três é igual a cinco".

Esses símbolos foram desenvolvidos e aprimorados ao longo do tempo, à medida que estudiosos da área perceberam a necessidade de tê-los para simplificar e condensar a escrita em Matemática, mas mantendo a precisão e o rigor necessários.

Neste Capítulo, estudaremos a linguagem dos conjuntos, que é bastante útil ao tratar de assuntos, por exemplo, as funções, as relações entre entes geométricos (ponto, reta, plano) e a lógica. Também veremos propriedades e operações que podem ser feitas nessa estrutura de conjuntos.

PENSE E RESPONDA

Uma reta é formada por infinitos pontos. Como você escreveria, usando símbolos, que "um ponto *A* pertence a uma reta *r*"?

Fonte: [3, p. 12].

Observamos que, no tópico denominado introdução, o conteúdo é iniciado com uma problematização, no intuito de levar o aluno a utilizar-se da língua materna para representar a operação $(2 + 3 = 5)$. Entendemos que, ao destacarem os registros como forma de comunicação dos alunos, apontam a língua materna como caminho de apresentação das conclusões obtidas, o que é enfatizado pela BNCC [6], indo ao encontro do que é proposto por [4], ao indicar que o registro na língua materna é uma das formas de registro e deve ser considerada como começo e o fim dos registros, dos quais advém todo raciocínio. Os autores também fazem uma breve contextualização histórica sobre os símbolos matemáticos e o objetivo da utilização destes. Adiante destacam o que será visto no decorrer do capítulo.

Apresentamos, na figura 4, as diversas formas de representação de um conjunto, a forma como são nomeados, a origem do diagrama de Venn e as indicações simbólicas de pertencimento de um conjunto.

Figura 4: Formas de representação de um conjunto e pertença de elementos

Representações de um conjunto

Geralmente, nomeamos os conjuntos utilizando letras maiúsculas (por exemplo: *A*, *B*, *C*, *D*, ..., *X*, *Y*, *Z*) e adotamos letras minúsculas para representar seus elementos (por exemplo: *a*, *b*, *c*, *d*, ..., *x*, *y*, *z*).

Um conjunto pode ser representado de várias maneiras. Por exemplo, podemos representar o conjunto *A*, formado pelas vogais do nosso alfabeto, dos seguintes modos:

SAIBA QUE...

O diagrama de Venn foi desenvolvido pelo matemático inglês John Venn (1834-1923).

a) Os elementos do conjunto são colocados entre chaves e separados por vírgula ou ponto e vírgula:

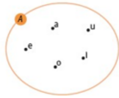
$A = \{a, e, i, o, u\}$

b) Os elementos do conjunto são indicados por uma ou mais propriedades que os caracterizam:

$A = \{x \mid x$ é vogal do nosso alfabeto$\}$

Esse símbolo significa **tal que**.

c) Os elementos do conjunto aparecem em um **diagrama de Venn**, como mostra esta imagem:



Para indicar que um elemento faz parte de determinado conjunto, usamos o símbolo ∈ (**pertence**), e para indicar que ele não faz parte, usamos o símbolo ∉ (**não pertence**). Por exemplo, dado o conjunto das vogais $A = \{a, e, i, o, u\}$, temos:

- $i \in A$ (lê-se: i pertence a *A*);
- $d \notin A$ (lê-se: d não pertence a *A*).

Fonte: [3, pp. 12-13].

Ao apresentarem as formas de representações de um conjunto, os autores apresentam primeiramente a definição de conjuntos, utilizando a língua materna. Destacam também a maneira como os nomear e os diversos modos de os representar, para isso usam três formas de representação: entre chaves, em que citam os elementos (registro simbólico), a utilização de uma lei de formação[2] (registro algébrico) e o diagrama de Venn (registro icônico).

Podemos verificar que, ao apresentarem três possíveis formas de representar o conjunto das "vogais de nosso alfabeto", os autores fazem uma coordenação entre registros de representação, que, de acordo com Duval [9], se caracterizam uma conversão, pois fazem uma mudança de registro em um mesmo sistema semiótico. Por fim, os autores destacam quando um elemento pertence ou não pertence ao conjunto e apresentam a linguagem simbólica ($\in$ e $\notin$).

Na figura 5, são apresentados os tipos de conjuntos, destacando as respectivas classificações, de acordo com a quantidade de elementos pertencentes.

Figura 5: Tipos de conjuntos

Tipos de conjuntos

Quanto ao número de elementos, os conjuntos podem ser classificados como finitos ou infinitos.

Um conjunto é **finito** quando é possível contar seus elementos. Quando dizemos "contar", significa que a contagem finaliza em algum número natural. Vamos retomar o exemplo do conjunto *A* das vogais de nosso alfabeto:

$A = \{a, e, i, o, u\}$

Ao contar os elementos do conjunto, chegamos até o número 5. Logo, esse conjunto é finito e tem cinco elementos.

Um conjunto é **infinito** quando não é finito, ou seja, quando não é possível contar todos os seus elementos e finalizar a contagem até certo número. Por exemplo, dado o conjunto *B* dos números naturais ímpares:

$B = \{1, 3, 5, 7, 9, ...\}$

As reticências antes ou depois de todos os elementos indicam que o conjunto é infinito.

SAIBA QUE...

Utilizamos a notação $n(A)$ para indicar a **quantidade de elementos do conjunto** finito *A*. Nesse exemplo, temos $n(A) = 5$.

Embora o conjunto passe uma ideia de coleção, existem dois conjuntos muito especiais para a Matemática que não correspondem a essa noção: o conjunto unitário e o conjunto vazio.

Um conjunto é **unitário** quando é formado por um único elemento. Por exemplo:

$H = \{x \mid x$ é um número natural maior do que 6 e menor do que 8$\}$

Como só existe um número natural maior do que 6 e menor do que 8, temos: $H = \{7\}$. Logo, *H* é um conjunto unitário.

O **conjunto vazio** é aquele que não possui elementos. Ele é representado por { } ou ∅. Por exemplo:

$V = \{x \mid x$ é um número natural menor do que zero$\}$

Como não existe número natural menor do que zero, o conjunto *V* é vazio. Logo, $V = \emptyset$. Por definição, o conjunto vazio é um conjunto finito.

Fonte: [3, p. 13].

Identificamos, na figura 5, que os autores ao definirem os tipos de conjuntos, se é finito ou infinito, unitário ou vazio, e se utilizam da língua materna para essa explanação. Para

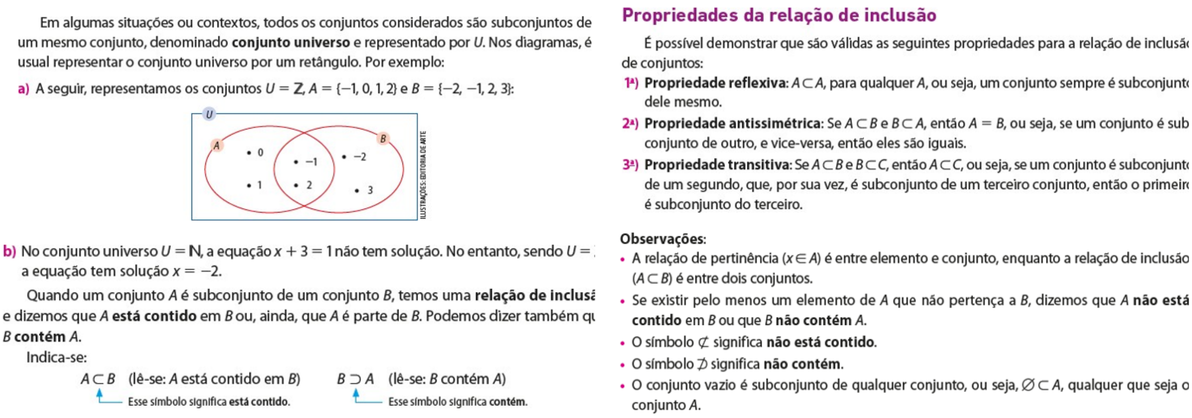
[2]Para a representação algébrica, encontramos como formas de nomeação a lei de formação, linguagem matemática e formato de descrição por uma propriedade. Podemos exemplificar a representação sendo: $A = \{x \mid x$ é vogal do nosso alfabeto$\}$. Neste trabalho, adotamos para uso o termo Lei de Formação.

exemplificarem essas definições, usam o formato entre chaves (registro simbólico) para mostrar quando um conjunto é finito ou infinito e a lei de formação (registro algébrico), destacando quando um conjunto é unitário ou vazio. Os autores apresentam, na caixa "saiba que", a forma de indicar a quantidade de elementos de um conjunto finito, fazendo o uso do registro simbólico.

Destacamos que, nesse momento, os autores não fazem a conversão ou o tratamento, mas utilizam-se da lei de formação, do registro simbólico e algébrico para a exemplificação do conceito apresentado. Vão ao encontro do que é proposto pela [6] em sua competência 4, em que destacam a necessidade de os alunos utilizarem os registros que lhes são mais convenientes, convertendo-os sempre que possível, para assim buscar e comunicar suas soluções. Para Duval [9], o uso dos RRS no ensino de matemática é importante para o aprendizado matemático, uma vez que, por meio dos registros, ocorre um real funcionamento cognitivo do aluno.

Em seguida, os autores do livro apresentam as propriedades da relação de inclusão, conforme destacado na figura 6. Todavia, em nossa análise, explicitamos o percurso adotado pelos autores até mostrarem tais propriedades.

Figura 6: Definição de conjunto universo e propriedades da relação de inclusão



Em algumas situações ou contextos, todos os conjuntos considerados são subconjuntos de um mesmo conjunto, denominado **conjunto universo** e representado por U. Nos diagramas, é usual representar o conjunto universo por um retângulo. Por exemplo:

a) A seguir, representamos os conjuntos $U = \mathbb{Z}$, $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ e $B = \{-2, -1, 2, 3\}$:

b) No conjunto universo $U = \mathbb{N}$, a equação $x + 3 = 1$ não tem solução. No entanto, sendo $U =$
a equação tem solução $x = -2$.

Quando um conjunto A é subconjunto de um conjunto B, temos uma **relação de inclusã** e dizemos que A **está contido** em B ou, ainda, que A é parte de B. Podemos dizer também qu B **contém** A.

Indica-se:

$A \subset B$ (lê-se: A está contido em B) — Esse símbolo significa **está contido**.

$B \supset A$ (lê-se: B contém A) — Esse símbolo significa **contém**.

Propriedades da relação de inclusão

É possível demonstrar que são válidas as seguintes propriedades para a relação de inclusã de conjuntos:

1ª) **Propriedade reflexiva**: $A \subset A$, para qualquer A, ou seja, um conjunto sempre é subconjunt dele mesmo.

2ª) **Propriedade antissimétrica**: Se $A \subset B$ e $B \subset A$, então $A = B$, ou seja, se um conjunto é sub conjunto de outro, e vice-versa, então eles são iguais.

3ª) **Propriedade transitiva**: Se $A \subset B$ e $B \subset C$, então $A \subset C$, ou seja, se um conjunto é subconjunt de um segundo, que, por sua vez, é subconjunto de um terceiro conjunto, então o primeir é subconjunto do terceiro.

Observações:

- A relação de pertinência ($x \in A$) é entre elemento e conjunto, enquanto a relação de inclusão ($A \subset B$) é entre dois conjuntos.
- Se existir pelo menos um elemento de A que não pertença a B, dizemos que A **não está contido** em B ou que B **não contém** A.
- O símbolo $\not\subset$ significa **não está contido**.
- O símbolo $\not\supset$ significa **não contém**.
- O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto, ou seja, $\varnothing \subset A$, qualquer que seja o conjunto A.

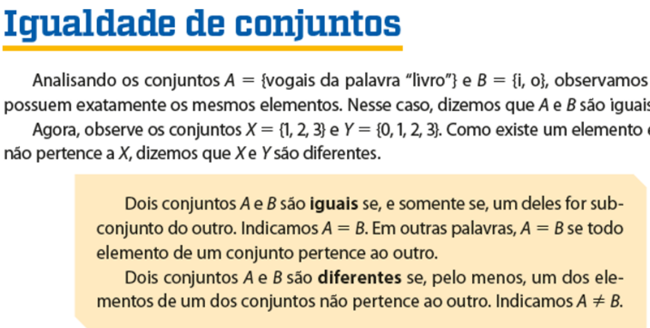
Fonte: [3, pp. 14-15].

Observamos, na figura 6, que os autores fazem uso dos registros na língua materna para conceituar a ideia de subconjunto, articulando, assim, com o registro simbóloco e o diagrama de Venn (registro icônico). Nesse caso, compreendemos que foram coordenados três tipos de registros semióticos distintos, o que, segundo [9], corresponde a uma conversão. Para Almouloud [10], essa coordenação dos diversos RRS é uma condição necessária para a compreensão, permitida ante a noção de registro. Nessa perspectiva, [8] aponta ser importante que essa coordenação ocorra entre os diversos conteúdos da matemática.

Destacamos a relação de inclusão, em que apresentam os símbolos (registro simbólico) de está contido ($\subset$) e contém ($\supset$) e as propriedades dessa relação, exemplificando suas aplicações com base nas propriedades reflexiva, antissimétrica e transitiva.

Na figura 7, apresentamos a forma com que os autores destacaram a igualdade entre conjuntos neste capítulo.

Figura 7: Igualdade de conjuntos



Igualdade de conjuntos

Analisando os conjuntos A = {vogais da palavra "livro"} e $B = \{i, o\}$, observamos que eles possuem exatamente os mesmos elementos. Nesse caso, dizemos que A e B são iguais.

Agora, observe os conjuntos $X = \{1, 2, 3\}$ e $Y = \{0, 1, 2, 3\}$. Como existe um elemento em Y que não pertence a X, dizemos que X e Y são diferentes.

Dois conjuntos A e B são **iguais** se, e somente se, um deles for subconjunto do outro. Indicamos $A = B$. Em outras palavras, $A = B$ se todo elemento de um conjunto pertence ao outro.

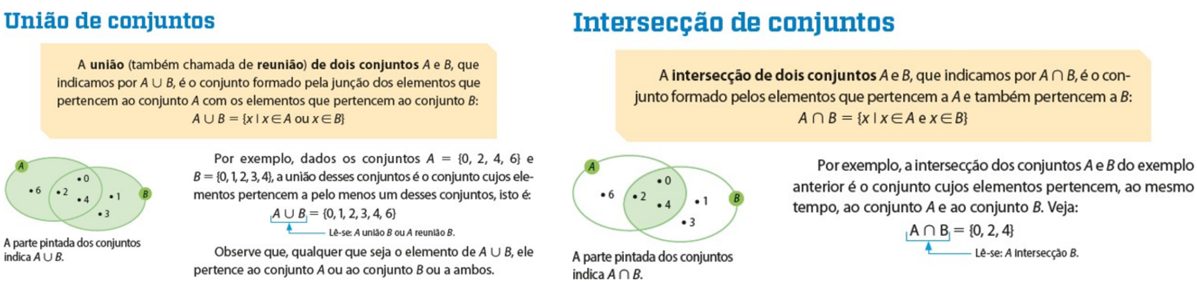
Dois conjuntos A e B são **diferentes** se, pelo menos, um dos elementos de um dos conjuntos não pertence ao outro. Indicamos $A \neq B$.

Fonte: [3, p. 15].

Ao apresentarem a igualdade de conjuntos, os autores iniciam a abordagem fazendo uso dos registros na língua materna. Ao destacarem que os conjuntos são iguais ou diferentes, apresentam dois exemplos descritos no registro simbólico, ambos representados entre chaves, de modo a formalizar o conceito de igualdade entre conjuntos. Entendemos que essa forma de abordar os conteúdos vai ao encontro do descrito por Morett e Thiel [11], ao enfatizarem que, na matemática, de forma especial, o uso dos RRS é essencial para a formulação e compreensão dos conceitos essenciais, pois muitas das deficiências existentes provêm dessa não assimilação.

Apresentam-se, na figura 8, os registros apresentados para conceituar e exemplificar as operações entre conjuntos, mais especificamente a união e a intersecção.

Figura 8: Forma usada para representar a união e intersecção de conjuntos



União de conjuntos

A **união** (também chamada de **reunião**) **de dois conjuntos** A e B, que indicamos por $A \cup B$, é o conjunto formado pela junção dos elementos que pertencem ao conjunto A com os elementos que pertencem ao conjunto B:

$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$

A parte pintada dos conjuntos indica $A \cup B$.

Por exemplo, dados os conjuntos $A = \{0, 2, 4, 6\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, a união desses conjuntos é o conjunto cujos elementos pertencem a pelo menos um desses conjuntos, isto é:

$\underbrace{A \cup B}_{\text{Lê-se: } A \text{ união } B \text{ ou } A \text{ reunião } B.} = \{0, 1, 2, 3, 4, 6\}$

Observe que, qualquer que seja o elemento de $A \cup B$, ele pertence ao conjunto A ou ao conjunto B ou a ambos.

Intersecção de conjuntos

A **intersecção de dois conjuntos** A e B, que indicamos por $A \cap B$, é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e também pertencem a B:

$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$

A parte pintada dos conjuntos indica $A \cap B$.

Por exemplo, a intersecção dos conjuntos A e B do exemplo anterior é o conjunto cujos elementos pertencem, ao mesmo tempo, ao conjunto A e ao conjunto B. Veja:

$\underbrace{A \cap B}_{\text{Lê-se: } A \text{ intersecção } B.} = \{0, 2, 4\}$

Fonte: [3, p. 18].

Analisando-se o extrato apresentado na figura 8, podemos concluir que, para conceituarem a união de conjuntos, os autores se utilizam da língua materna e da linguagem algébrica (lei de formação). Abordam também a simbologia ($\cup$) utilizada para representar a união ou reunião. Para exemplificarem essa operação, usam dois conjuntos no registo simbólico e os representa no diagrama de Venn (registro icônico).

Notamos que, para indicarem a intersecção de conjuntos, os autores apresentam o conceito dessa operação, em língua materna e em linguagem algébrica (lei de formação). Em seguida, apresentam o símbolo utilizado para representar a intersecção ($\cap$). Com base em um exemplo, no registro simbólico, destacam, por meio do diagrama de Venn (registro icônico), como seria a representação dessa operação. Salientamos que, nas duas operações, é apresentado o diagrama de Venn, o que permite visualizar e comparar as duas operações.

Evidenciamos que a forma abordada para explicar e exemplificar as operações de união e intersecção de conjuntos promove a compreensão do conteúdo matemático, indo ao encontro das ideias de [4], ao enfatizarem que, quando o aluno é capaz de articular por pelo menos dois RRS, existe a compreensão do objeto matemático em discussão. Dessa forma, [3], ao exemplificarem a união e a intersecção de conjuntos, indicam a articulação entre os registros simbólico e algébrico, o diagrama e a língua materna, de forma a proporcionar a transição entre os RRS. Duval [9] destaca que essa coordenação caracteriza uma conversão e, de acordo com Moretti e Thiel [11], esse tipo de articulação é o que mais contribui para a aprendizagem matemática. Compreendemos que essa forma de abordar os conteúdos matemáticos vai ao encontro do que é definido pela [6], ao destacar que o uso de várias linguagens é necessário para a compreensão, resolução e comunicação.

As aplicações acerca das operações entre conjuntos, os autores destacam as propriedades da união e da intersecção de conjuntos. Apresenta-se, na figura 9, a forma como essa temática é abordada.

Figura 9: Conceituação de conjuntos disjuntos e propriedades da união e da intersecção de conjuntos

Observação:

Se os conjuntos A e B não possuem elementos comuns ($A \cap B = \varnothing$), dizemos que A e B são conjuntos **disjuntos**. Acompanhe alguns exemplos:

a) Dados os conjuntos: $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ e $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
Temos $A \cap B = \varnothing$, então os conjuntos A e B são disjuntos.

b) Dados os conjuntos: $P = \{p \mid p$ é mês do ano com 30 dias$\}$ e $Q = \{\text{dezembro}\}$
O mês de dezembro tem 31 dias, então os conjuntos P e Q são disjuntos, pois $P \cap Q = \varnothing$.

Propriedades da união e da intersecção de conjuntos

Dados três conjuntos, A, B e C, é possível demonstrar que valem as seguintes propriedades:

1ª) Propriedade comutativa

$A \cup B = B \cup A$ ← propriedade comutativa da união
$A \cap B = B \cap A$ ← propriedade comutativa da intersecção

2ª) Propriedade associativa

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ ← propriedade associativa da união
$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ ← propriedade associativa da intersecção

3ª) Propriedade distributiva

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ← propriedade distributiva da intersecção em relação à união
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ← propriedade distributiva da união em relação à intersecção

4ª) Propriedade

Se $A \subset B$, então $A \cup B = B$ e $A \cap B = A$.
Da mesma maneira, se $A \cup B = B$ ou $A \cap B = A$, então $A \subset B$.

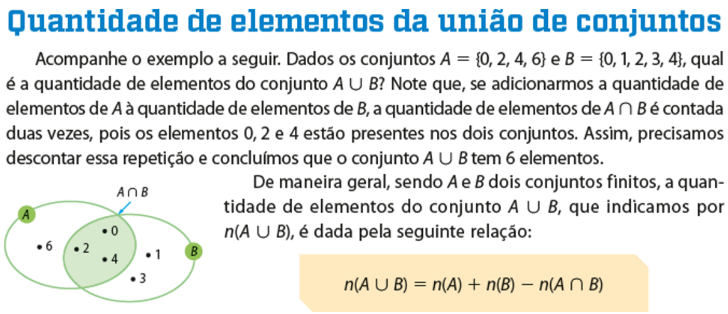
Fonte: [3, p. 19].

Ao analisarmos a figura 9, o uso do registro na língua materna para conceituar conjuntos disjuntos é exemplificado por meio dos registros simbólico e algébrico. Assim, notamos que, ao apresentarem as propriedades da união e da intersecção entre conjuntos, os autores fazem uso estritamente dos RRS na forma simbólica.

A língua materna, de acordo com a BNCC [6], é de grande importância para a apresentação oral dos estudantes, de forma que devem não somente utilizar conectivos ou símbolos matemáticos, mas principalmente expor suas conclusões de forma oral. Para Duval [4], as representações semióticas, de modo especial a língua materna, são meios de externalizar as comunicações mentais.

Continuando o estudo das operações entre conjuntos e suas aplicações, apresentamos, na figura 10, a abordagem feita pelos autores do LD ao representar a quantidade de elementos presentes na união de conjuntos.

Figura 10: Quantidade de elementos presentes na união de conjuntos


Quantidade de elementos da união de conjuntos

Acompanhe o exemplo a seguir. Dados os conjuntos $A = \{0, 2, 4, 6\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, qual é a quantidade de elementos do conjunto $A \cup B$? Note que, se adicionarmos a quantidade de elementos de A à quantidade de elementos de B, a quantidade de elementos de $A \cap B$ é contada duas vezes, pois os elementos 0, 2 e 4 estão presentes nos dois conjuntos. Assim, precisamos descontar essa repetição e concluímos que o conjunto $A \cup B$ tem 6 elementos.

De maneira geral, sendo A e B dois conjuntos finitos, a quantidade de elementos do conjunto $A \cup B$, que indicamos por $n(A \cup B)$, é dada pela seguinte relação:

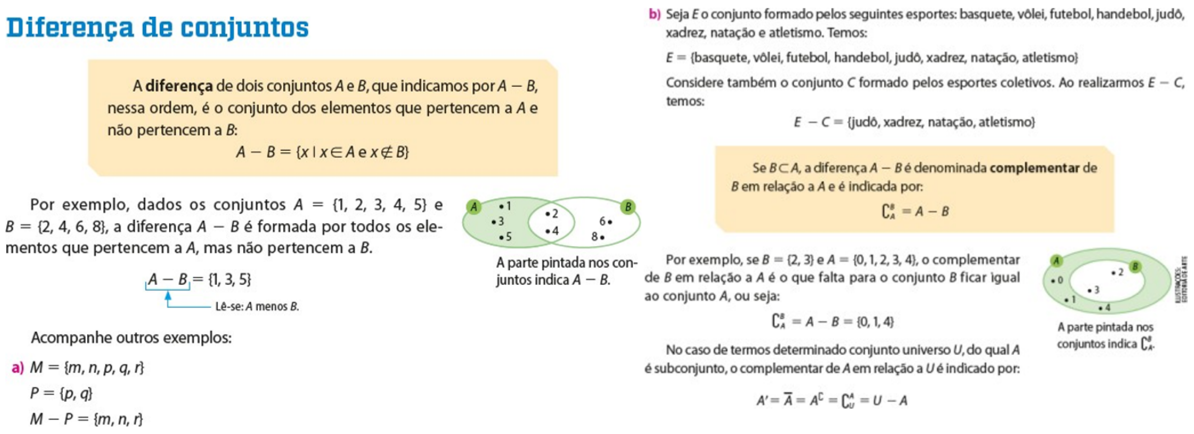
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Fonte: [3, p. 20].

Destacamos que, para apresentarem a quantidade de elementos que estão presentes na união de conjuntos, os autores utilizam a língua materna e o registro simbólico. Apresentam uma "expressão" que auxilia no cálculo do número de elementos presentes. Retornando ao exemplo da figura 8, os autores fazem uma articulação entre os diagramas de Venn (registro icônico) e apresentam como calcular essa quantidade de elementos da união. Dessa forma, essa articulação de um mesmo registro de representação em outro, retomando exemplos apresentados em seções anteriores, segundo Duval [9, p. 22], é também uma forma de "explicar as propriedades e ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto".

Após o estudo das operações de união e intersecção entre conjuntos, os autores do livro conceituam e exemplificam as operações identificadas como diferença de conjuntos e complementar de um conjunto. Apresenta-se, na figura 11, a forma como essa temática é abordada no LD.

Figura 11: Representação das operações diferença e complementar de conjuntos


Diferença de conjuntos

A **diferença** de dois conjuntos A e B, que indicamos por $A - B$, nessa ordem, é o conjunto dos elementos que pertencem a A e não pertencem a B:

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

Por exemplo, dados os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{2, 4, 6, 8\}$, a diferença $A - B$ é formada por todos os elementos que pertencem a A, mas não pertencem a B.

$$\underbrace{A - B}_{\text{Lê-se: } A \text{ menos } B.} = \{1, 3, 5\}$$

A parte pintada nos conjuntos indica $A - B$.

Acompanhe outros exemplos:

a) $M = \{m, n, p, q, r\}$
$P = \{p, q\}$
$M - P = \{m, n, r\}$

b) Seja E o conjunto formado pelos seguintes esportes: basquete, vôlei, futebol, handebol, judô, xadrez, natação e atletismo. Temos:

E = {basquete, vôlei, futebol, handebol, judô, xadrez, natação, atletismo}

Considere também o conjunto C formado pelos esportes coletivos. Ao realizarmos $E - C$, temos:

$E - C$ = {judô, xadrez, natação, atletismo}

Se $B \subset A$, a diferença $A - B$ é denominada **complementar** de B em relação a A e é indicada por:

$$\complement_A^B = A - B$$

Por exemplo, se $B = \{2, 3\}$ e $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, o complementar de B em relação a A é o que falta para o conjunto B ficar igual ao conjunto A, ou seja:

$$\complement_A^B = A - B = \{0, 1, 4\}$$

A parte pintada nos conjuntos indica $\complement_A^B$.

No caso de termos determinado conjunto universo U, do qual A é subconjunto, o complementar de A em relação a U é indicado por:

$$A' = \overline{A} = A^{C} = \complement_U^A = U - A$$

Fonte: [3, p. 21].

Observamos que, para abordarem a operação diferença de conjuntos, os autores definem em língua materna e por meio da lei de formação (registro algébrico). Ao exemplificarem, destacam conjuntos e os representam pelo diagrama de Venn (registro icônico). Podemos constatar também a retomada do conceito de inclusão, apresentado na figura 6, para introduzir a ideia da operação complementar de um conjunto. Com isso, usa-se da língua materna, registro simbólico e o registro icônico (diagrama de Venn) para explicar essa operação. Desse modo, os autores fazem uma conversão, ao coordenarem os registros, em que, de acordo com Duval [4], a conversão das representações semióticas é a primeira fonte de dificuldade à compreensão em matemática.

Após análise e articulação com a TRRS, apresenta-se, no quadro 2 a quantidade de acontecimentos de cada uma das representações no decorrer do capítulo analisado:

Quadro 2: Formas de registros e quantidades de ocorrência

Representação semiótica	Ocorrência
Algébrica	8
Gráfica	0
Icônica (diagrama)	9
Língua materna	11
Simbólica	9
Tabela	1

Fonte: Dados síntese da pesquisa (2022).

Identificamos que a língua materna é o RRS utilizado em maior frequência pelos autores do LD no que diz respeito ao conceito de conjuntos, seguido do registro icônico, simbólico e algébrico. Destacamos também que os autores do LD proporcionam a articulação entre esses registros. Ademais ressaltamos que esses dados quantitativos foram retirados do capítulo escolhido no tocante à introdução, aos conceitos iniciais, à igualdade de conjuntos e às operações entre conjuntos. Tratamos, na seção 5, as considerações acerca da investigação realizada.

5 CONCLUSÃO

Nesta pesquisa, buscamos identificar e analisar quais registros de representação semiótica o LD apresenta na explicação do capítulo de conjuntos, no que concerne à introdução, aos conceitos iniciais, à igualdade de conjuntos, e como ocorre a coordenação entre esses registros. Para respondemos a essa problemática, investigamos como esses RRS são articulados no decorrer do capítulo. Para isso, adotamos para análise a obra aprovada pelo PNLD 2021, que foi escolhida para uso nas escolas estaduais vinculadas à Superintendência de Ensino do Município de Cachoeiro de Itapemirim no estado do Espírito Santo.

Com base nas análises do capítulo em questão, pode-se concluir que o conteúdo de conjuntos articula vários tipos de RRS, mostrando aos estudantes as diversas formar de representar os conjuntos. Entretanto, não identificamos a articulação entre os registros, proporcionando o tratamento entre as ideias matemáticas apresentadas. De fato, podemos constatar que as explicações são realizadas com o uso da língua materna, intercalando-se conceitos e/ou exemplos apresentados, de modo geral, no registro algébrico e simbólico.

Para Duval [9], a compreensão do objeto matemático ocorre quando o aluno é capaz de transitar por mais de um tipo de registro de representação para um mesmo objeto matemático. De acordo com [6], é fundamental que os alunos sejam estimulados a utilizar mais de um registro de representação. Desse modo, quando os autores do LD fazem a articulação entre registros, pode incentivar os alunos a proceder assim também. Todavia, em determinados momentos, de modo especial na apresentação de propriedades [figura 6 e 9], foi possível constatar a utilização de apenas um registro de representação semiótica, o que possivelmente dificulta a compreensão do conteúdo.

Assim, é importante que o professor faça uma análise do LD utilizado para o processo de ensino e aprendizagem, visto que é o livro quem acompanhará o aluno dentro e fora de sala de aula e, de modo especial, na ausência física do professor. Para Mantovani [15], integrar o professor no ato da escolha vai colaborar para a aprendizagem.

No ato de analisar, é necessário visualizar também o que, para Romanatto [14], são premissas indispensáveis a um livro de matemática, a saber: sequência dos conteúdos, situações-problema, desenvolvimento do raciocínio lógico, leituras complementares e relação com outros conteúdos. Por isso, é importante ver a forma com que os RRS são apresentados no decurso das explicações, destacando-se que ocorre indícios de conversão ou tratamento entre registros.

Com isso, é possível perceber que, apesar de o capítulo analisado possuir um número considerável de representações semióticas e, em determinados momentos, os extratos extraídos do LD indicarem a coordenação de registros, somente com a leitura e interpretação do conteúdo não podemos afirmar que ocorreu a compreensão do objeto matemático em questão. Dessa maneira, é importante que as atividades (resolvidas, não resolvidas ou complementares) sejam realizadas e estas proporcionem ao aluno a coordenação de registros, levando-o a realizar a conversão ou o tratamento do objeto matemático em questão.

REFERÊNCIAS

[1] BRASIL, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/ SEMT, 1999. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf.

[2] BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetro Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf.

[3] J. R. Bonjorno; J. R. G. Júnior; P. R. C. de Sousa. *Prisma – Matemática (Conjuntos e Funções)*. São Paulo, Brasil: FDT, 2020.

[4] R. Duval, Trad. M. T. Moretti, "Registros de Representação Semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento", *REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática*, v. 7, nº. 2, pp. 266-297, 2012.

[5] L. Carato Mazzi e R. Barcelos Amaral-Schio, "Uma trajetória histórica dos livros didáticos: um foco nas políticas públicas implementadas nos séculos XX e XXI", *INTERMATHS*, vol. 2, no. 1, pp. 88-105, 2021. https://doi.org/10.22481/intermaths.v2i1.8077

[6] BRASIL, Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf.

[7] A. Henriques; S. A. Almouloud, "Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple", *Ciência & Educação (Bauru)*, vol. 22, nº 2, pp. 465-487, 2016. https://doi.org/10.1590/1516-731320160020012

[8] J. H. Gualandi, "Investigações matemáticas com grafos para o ensino médio", M. S. Thesis, Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, PUC-MG, Belo Horizonte, BR, 2012.

[9] R. Duval. "Registro de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática", in *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*, 4. Ed. Campinas, Brasil: S. D. A. Machado, 2008, Papirus, pp. 11-33.

[10] S. A. Almouloud, *Fundamentos da didática de matemática*. Paraná, Brasil: UFPR, 2010.

[11] M. T. Moretti; A. A. Thiel, "O ensino de matemática hermético: um olhar crítico a partir dos registros de representação semiótica", Praxis Educativa, vol. 7, nº 2, pp. 379-396, 2012. https://doi.org/10.5212/praxeduc.v.7i2.0004

[12] F. M. Gerard; X. Roegiers, *Des manuels scolaires pour apprendre: concevoir, évaluer, utiliser*. Bruxelas, Bélgica: De Boeck Supérieur, 2009.

[13] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. v. 2. Brasília: MEC/SEB, 2006.

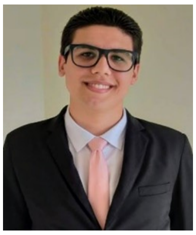
[14] M. C. Romanatto, "O livro didático: alcances e limites". Encontro paulista de matemática, vol. 7, pp. 1-11, 2004.

[15] K. P. Mantovani, "O Programa Nacional do Livro Didático – PNLD: impoactos na qualidade do ensino público", Ph. D Dissertation, USP, São Paulo, 2009.

[16] BRASIL. Ministério da Educação. Guia Digital PNLD 2021: obras didáticas por área do conhecimento e específicas. Brasília: MEC, 2021. Disponível em: https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2021_didatico/inicio.

[17] R. C. Bogdan; S. K. Biklen, "Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos". Tradução de M. J. Alvarez; S. B. dos Santos; T. M. Baptista. Título original: Qualitative Research for Education. Porto Editora, 1994.

BREVE BIOGRAFIA



Mateus Boneli Velten https://orcid.org/0000-0001-6602-824X

Licenciado em Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) campus Cachoeiro de Itapemirim. Membro do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática do Espírito Santo (GPEMES). E- mail: mateusboneli28@gmail.com, http://lattes.cnpq.br/2602071780832484.

Jorge Henrique Gualandi https://orcid.org/0000-0003-2514-904X

Doutor em Educação Matemática pela PUC-SP. Professor do Instituto Federal do Espírito Santo campus Cachoeiro de Itapemirim. Professor credenciado do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores da Universidade Federal do Espírito Santo (Ufes) campus Alegre. Líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática do Espírito Santo (GPEMES). E-mail: jhgualandi@ifes.edu.br, http://lattes.cnpq.br/3386420572368441.