DOI: 10.22481/intermaths.v2i2.8592
Licença Creative Commons
Article | Artigo

INTERMATHS
ISSN 2675-8318
Vol. 2, N. 2, Jul - Dez 2021, p. 119 – 139

Os diferentes olhares sobre o zero por licenciandos em matemática

José Lucas Matias de Eça

Rede Municipal de Ensino, Cairu-BA, Brasil

lucasceeft@hotmail.com

Anderon Melhor Miranda

CETENS/UFRB, Feira de Santana-BA, Brasil

profanderon@hotmail.com

Thaine Souza Santana

CFP/UFRB, Amargosa-BA, Brasil

thaine.santana@gmail.com

The different perspectives on zero by undergraduates in mathematics

Abstract

This article aims to investigate what undergraduate students in mathematics at a public university in the interior of Bahia understand about zero. Thus, it aims to answer the following guiding question: What do students in a degree course in mathematics understand about the number zero? The initial concern of this theme emerged along the academic journey, which expanded the teaching exercise, since there are a range of meanings about zero, which are not revealed in the teaching and learning process at school. To meet the objective of this research, semi-structured interviews were carried out with six math students. The methodological procedure of this work is part of the qualitative perspective. It is revealed in the light of the data that emerged four categories from which they synthesize about the understanding of zero.

Keywords: Zero; Teacher training; History of Mathematics.

MSC: 97B50; 97D40.

Resumo

Este artigo objetiva investigar o que licenciandos em Matemática de uma Universidade Pública no interior da Bahia compreendem sobre o zero. Assim, almeja responder a seguinte questão norteadora: O que os estudantes de um curso de licenciatura em matemática compreendem sobre o número zero? A inquietação inicial dessa temática emergiu ao longo do caminhar acadêmico, que se ampliou o exercício docente, visto que existem uma gama de significados sobre o zero dos quais não são revelados no processo de ensino e aprendizagem no âmbito escolar. Para atender o objetivo desta pesquisa, foram realizadas entrevistas semiestruturadas com seis licenciandos de matemática. O procedimento metodológico deste trabalho insere-se na perspectiva qualitativa. Revela-se a luz dos dados que emergiram quatro categorias das quais sintetizam sobre a compreensão do zero.

Palavras-chave: Zero; Formação de Professores; História da Matemática.

Submetido em: 30 de abril de 2021 – **Aceito em**: 08 de dezembro de 2021

1 INTRODUÇÃO

Este artigo é oriundo de um trabalho de conclusão de curso e das experiências e prática docentes dos autores por meio da observação, em sala de aula, e dos muitos questionamentos feitos pelos estudantes sobre o zero relativo às questões de natureza conceituais convencionais, etimológicas ou históricas. Ao buscar um entendimento sobre o assunto foram encontradas pesquisas [1], [2], [3], [4], [5], [6] que discutem sobre esse objeto matemático em suas diferentes dimensões.

É oportuno destacar, nesse sentido, que o zero possui múltiplos significados a depender do contexto que está inserido, conforme é apresentado no Quadro 1.

Quadro 1: Significados do zero e uma síntese de suas características

Significados do zero	Características	Desenvolvimento histórico
Zero como elemento de contagem	Cardinal de um conjunto vazio; nem sempre considerado um número natural; de natureza discreta; impregnado de ‘quantidade’.	Tal significado não se fez presente na história da matemática até a axiomatização de Peano (séc. XIX).
Zero como valor posicional	Representa as ordens vazias, zero como algarismo; impregnado de ‘quantidade’.	Utilizado pelos babilônios, maias, chineses e hindus.
Zero como dado operatório	Elemento neutro da adição; anula o produto em uma multiplicação; $a^0 = 1$ (por definição, com $a \neq 0$); 0^0 é indeterminado; impregnado de ‘quantidade’.	Utilizado pelos babilônios.
Zero como origem	De natureza contínua; surge para unificação da reta numérica no campo dos reais; impregnado de ‘qualidade’.	Sistematizado por Dedekind (séc. XIX) na definição de número real.

Fonte: [4, p. 3]

É observada uma heterogeneidade de significados sobre o zero, [2, p. 23] aponta que podem existir outros sentidos acerca do zero se submetermos “a possibilidade de pensar a palavra em diferentes contextos, generalizando-a”. Isto é, se abrirmos o leque para as variáveis socioculturais das quais não estão, a *priori*, sendo observadas, novos sentidos e significados sobre o zero podem surgir.

O emprego e sentido ao zero podem variar. Nessa perspectiva, [7], [8] e [9] afirmam que existe uma carência de estímulo na provocação dos “porquês” nos cursos de licenciatura em matemática, e por isso, determinados objetos de conhecimento são meramente concebidos de modo superficial.

É importante ressaltar, que a omissão em discussões e trocas de experiências dos saberes envolvidos em sala nos cursos de licenciatura pode gerar embaraços conceituais por professores em sua prática docente, sempre que se depararem com contextos pedagógicos em que utilize o conceito do zero. Assim, não mobilizar saberes em sala de aula que compreendam as múltiplas facetas que o zero assume, ainda, na formação inicial, seja no campo epistemológico, histórico, conceitual ou operatório, pode provocar uma reprodução – quase que unilateral – do livro didático.

Sob esse aspecto, [10] destaca que o conceito histórico do zero que ora é debatido de modo esporádico, ora é reduzido com informações limitadas ou ora nem é encontrado. E complementa afirmando que

> [. . .] o fundamento conceitual deste tópico mereceria maior destaque nos níveis elementares de ensino, até pelo fato de que facilitaria uma compreensão mais detalhada dos sistemas de numeração criados pelos nossos antepassados e de sua influência para esta formação. [10, p. 6]

Por outro lado, [4] apontam para o papel secundário que o zero assume, principalmente, quando é apresentado os números relativos para estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, com foco para os números negativos. Perde-se a oportunidade com isso de se estudar o zero, sobremodo, com o significado de origem. As autoras ainda afirmam que tais

> [. . .] constatações levam-nos a conjecturar sobre a inexistência de um trabalho pedagógico mais sistematizado com relação ao zero. Diante de tal fato, podemos inferir que o aluno, ao longo de sua escolarização, não vivencia situações-problema que o levem a construir o conceito de zero em toda a sua amplitude. [4, p. 4]

Com base na citação de [4] supracitada, podemos conjecturar que futuros professores de matemática podem sair da graduação sem saber explicar ou, então, praticar equívocos quando deparamos com situações em que o zero está envolvido. Para [6] há uma maior mobilização dos saberes que englobam aspectos não somente operatórios, mas que se ampliem para discussões que compreendam naturezas epistemológicas, históricas e conceituais sobre o zero, sobretudo na formação inicial do professor de matemática.

Segundo [11], há uma carência na formação inicial do professor de matemática, e coadunam com esta ideia [6] ao sinalizar para a importância de ter uma maior interação entre o que é estudado no curso e o que será exigido em sala de aula. Para este autor há necessidade de uma reflexão para conhecimentos específicos no curso de licenciatura sobre os quais se exigirá do professor no contexto escolar, em especial, nas questões que envolvem o zero.

Uma das vertentes que sustentam a premissa de não suscitar o entendimento dos porquês na formação inicial e continuada do professor que ensina matemática é supervalorização acadêmica dos aspectos de natureza formal da matemática, que engendra-se numa perspectiva axiomática-dedutiva [8]. Reduzindo, assim, a compreensão dos objetos matemáticos a apenas essa linha de raciocínio, o que, sobremaneira inibi a exploração de outros aspectos [9].

Nesse sentido, [12, p. 53] sinalizam que no curso de Licenciatura em Matemática

> Como todos sabemos, as chamadas disciplinas de conteúdo matemático que integram a grade curricular de tais cursos ainda estão centradas quase que exclusivamente em abordagens axiomático-dedutivas que, mais preocupadas com o rigor formal e com o encadeamento lógico de conceitos e proposições, descartam outros elementos de extrema importância para o professor que deverá atuar em instituições escolares.

[6] apontam para a falta de discussão para e na formação inicial do professor de matemática e da importância que o zero representa para matemática, o que leva ao objeto de investigação do presente estudo: o que licenciandos em Matemática de uma Universidade Pública no interior da Bahia compreendem sobre o zero. Para isso é necessário a construção de uma revisão da literatura para dar os subsídios necessários para a investigação da questão norteadora, conforme veremos nas seções seguintes.

2 UM BREVE HISTÓRICO DO SURGIMENTO DO ZERO

Há registros arqueológicos que evidenciam que o homem pré-histórico começou a desenvolver um processo de contagem na transição da era Paleolítica para a era Neolítica, empregando um mecanismo de equivalência que relacionava um-a-um, diferentes aparatos para estabelecer um mecanismo quantitativo [13]. Se a correspondência for unívoca, em que cada antecedente tem um consequente e vice-versa, trata-se, então, de uma correspondência biunívoca.

Para admitir-se o conceito de número, antes, deve-se atender a ideia de correspondência e de equiparação, agrupamento e sucessão classificadas por [14] e [15]. A partir do surgimento dos primeiros algarismos, o homem desenvolveu os sistemas de numeração, que representam um conjunto de princípios que constituem a representação dos números, e consequentemente, a escrita pelos fenícios. Nesse sentido, segundo [14, p. 24].

> [. . .] os números figuram entre os conceitos mais complexos e abstratos que a espécie humana encontrou a seu dispor. Essa invenção é, sem qualquer dúvida, uma das maiores conquistas da humanidade, para

> não dizer a maior. Assim, entre a linguagem, a escrita e aritmética, foi esta última que exigiu tempo e esforço da humanidade para ser assimilada.

Convém, destacar, que houveram muitos sistemas de numerações distintas ao longo da história. Inclusive, na própria civilização, houveram a adoção de diferentes sistemas de numeração ao longo do tempo: não posicionais e posicionais. Os sistemas de numeração não posicional estabelecem aos algarismos determinados valores (baseados nos princípios aditivos e/ou multiplicativos).

Assim, toda vez que se exaurem as possibilidades de utilização dos símbolos disponíveis para representar um determinado número, surgia – por consequência – a necessidade de criação de um novo símbolo para representar números muito elevados ou realizar procedimentos operatórios nesses sistemas tornavam-se complexos ou inviáveis [18]. Nesse sentido, segundo [19, p. 10]

> A numeração não posicional, que precedeu em muito a numeração posicional na maioria das regiões civilizadas no mundo antigo, é puramente aditiva. [. . .] Como a adição é comutativa e associativa, a ordem em que os símbolos aparecem no numeral não tem como afetar a soma, logo qualquer ordem pode ser usada.

Nessa configuração, como o algarismo nesse sistema independe de sua ordem, o zero não tem utilidade prática. Logo, as civilizações as quais utilizavam desse sistema não precisavam do zero [2]. Por outro lado, as civilizações que adotaram o valor posicional de seus algarismos, segundo [17], alcançaram o último estágio de desenvolvimento dos sistemas de numerações. Uma das razões que justifica essa visão está na possibilidade de escrever qualquer que seja o número, e não menos importante, a possibilidade da prática das operações aritméticas básicas, como afirmam [20] e [21].

Para tanto, deve-se notar que para o bom funcionamento do sistema, é necessário um símbolo para indicar a ausência da potência de base nula, visto que se não houvesse esse símbolo, números como 33, 303 e 330, poderiam ser interpretados como um só, deixando dúbio a leitura do numeral. Com as consequências, daí advindas, surgiram dúvidas que poderiam ser resolvidas com a criação de um símbolo que representasse as posições nulas [19].

2.1 Um ensaio para o surgimento do zero na matemática

Foi a necessidade de representar as posições nulas, que o símbolo para o zero começou a ganhar contornos [20]. Circunstâncias históricas não lineares repletas de rejeições, controvérsias e, por fim, aceitações [3]. Corroborando com esta perspectiva, [16, p. 17] acrescenta que

> A história da matemática não é uma sucessão impecável de conceitos encadeados uns com os outros. Ao contrário, é a história da necessidade e preocupação de grupos sociais ao buscar soluções para os problemas diários ou para suprir suas necessidades filosóficas.

Apoiado nessa concepção, a fim de solucionar a ambiguidade de leitura numérica que ocorria sem a utilização de um símbolo para representar o zero, os babilônios – depois do ano 300 a.C. – começaram a preencher com duas cunhas inclinadas a lacuna que existia entre as potências ausentes nas posições intermediárias dos números em sua base sexagesimal. Com efeito, esse foi o início da criação de um símbolo para o algarismo zero, por mais que, ainda, de forma incipiente [20].

Com isso, o símbolo para o zero babilônio não vem a solucionar os problemas da representação numérica, causada pela ambiguidade, uma vez que o símbolo do zero só aparecia em posições intermediárias [17]. Pontua-se, além disso, que o sentido atribuído ao zero pelos babilônios na época foi de vazio (ausência de unidade de ordem), o considerando, portanto, como algarismo e não como número. Assim, o zero concebido como número perpassou por um longo caminho até ser, definitivamente, criado pelos hindus [2].

Antes de discorrer sobre os hindus, faz-se necessário destacar outra civilização que também criou uma simbologia para o zero como algarismo: os maias. Bem distante da região Mesopotâmia, na América, de origem remota, por volta dos séculos IV e III a.C., os maias também deduziram uma representação para a falta de uma notação em seu sistema de base vigesimal. Contudo, os maias apresentavam anomalias para as representações de números na terceira ordem, o que, tornava imprópria a realização dos procedimentos operatórios [20]. Então, assim como os babilônios, os maias não alcançaram o estágio da criação do algarismo zero por completo, muito menos, do número zero por questões místicas.

Entretanto, segundo [16], os maias foram os inventores do algarismo zero no continente americano, e esse feito foi sem conexão com o “velho mundo”, ou seja, assim como os babilônios e hindus, os maias desenvolveram a representatividade para as colunas vazias no seu sistema de numeração. Para [2], mesmo que seja atribuída a criação do número zero aos hindus, pois o zero Maia foi utilizado como um algarismo e não como um número de valor operatório, vale, sempre, destacar esse feito.

2.2 Um ensaio para o surgimento do zero na matemática

Chega um momento na história que escrever os números tornou-se complicado e para evolução de tal feito foi necessário criar uma representação para preencher lacunas no sistema posicional, pois se não existisse, como supracitado, gerava-se ambiguidades de interpretações numéricas. Sendo assim, criar uma notação para indicar a ausência de unidades da ordem que sua posição é essencial [20].

Os mais antigos documentos encontrados para a representação numérica pelos indianos datam por volta de 250 a.C. em pilares. Todavia, deve-se notar que a referência a nove algarismos de 1 a 9, ao invés de dez, que os hindus ainda não tinham dado o segundo passo na transição para o moderno sistema de numeração - a introdução de uma notação para o número zero [17] pelo matemático indiano Brahmagupta (589-668), que resolve a questão da ambiguidade na leitura numérica atribuindo o termo *shúnya*. Num dicionário de sânscrito, *shúnya* remonta a ideia do vazio/nada [13].

A partir disso, os indianos começaram a acrescentar essa terminologia nas ocasiões que assim necessitarem [3]. Por exemplo, 27.000 era o mesmo que *shúnya shúnya shúnya sapta dvi*. Feito que possibilitou a escrita de qualquer número. Além disso, Brahmagupta (589-668) elevou o zero à categoria dos *samkhya* (números), atribuindo-lhe o valor nulo e não mais somente, como algarismo – utilizado para representar as posições vazias de ordem numérica [3]. O fez a partir de criar as primeiras regras operatórias com o zero.

A contribuição dos árabes nesse contexto foi de divulgar esse sistema para o mundo, visto que eram uma civilização que realizavam transações comerciais com diversos países da Europa. Na visão de [21], os árabes não somente apreciaram e divulgaram esse sistema de numeração hindu, como começaram a adotá-lo. Isto é,

> Os árabes não se contentaram em conservar as fundações das culturas grega, babilônica e hindu, trazendo também sua própria e considerável contribuição para o edifício. Ao recolher e traduzir obras do passado, eles lhes acrescentaram, de fato, vários comentários, neles misturando métodos gregos e hindus, combinando-os às vezes a procedimentos de origem babilônica. Com admirável espírito de síntese, eles conseguiram aliar o rigor da sistematização dos matemáticos e filósofos gregos ao aspecto essencialmente prático da ciência hindu, levando a um progresso admirável a aritmética, a álgebra, a geometria, a trigonometria e a astronomia. [16, p. 298]

Os árabes fizeram modificações gráficas após o século XV, assim como a divulgação desse sistema de numeração hindu pela Europa, por essa consequência a nossa numeração é conhecida como hindu arábico. Tal evolução da representação numérica culminou na simbologia a qual concebe-se hoje. Com isso, tornou-se imprescindível a reestruturação das leis formais da matemática, para isso, criou-se novas definições aritméticas, sem, no entanto, desrespeitar os princípios que regem tais estruturas. Com isso, evita-se que haja – nos procedimentos relacionados às situações aritméticas em que o número zero estivesse envolvido –, deformidades conceituais, operatórias/aritméticas ou epistemológicas [15].

3 METODOLOGIA

O trabalho é parte de uma pesquisa que resultou no Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), intitulado “A compreensão de estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática sobre o número zero”, com o objetivo de investigar o que licenciandos em Matemática de uma Universidade Pública no interior da Bahia compreendem sobre o zero. Participaram da pesquisa seis licenciandos em matemática na fase final do curso.

A opção pela escolha dos participantes se deu por entender que esses transitaram pela maioria dos componentes curriculares – teóricos e práticos – e também de já terem feito o estágio supervisionado, pois entende-se que o estágio é o momento do futuro professor vivenciar a realidade escolar e suas complexidades [11].

O delineamento da investigação aproximou-se da perspectiva qualitativa, pois segundo [22], uma vez que essa abordagem se apresentou como a mais adequada aos propósitos aqui definidos. Sobretudo, por ter-se como enfoque a compreensão de aspectos inerentes aos dados que outra perspectiva não cobriria. As características postas nos procedimentos metodológicos são definidas como um estudo de caso [23].

Utilizou-se a entrevista semiestruturada como técnica para a produção de dados, por permitir extrair-se informações das quais não seriam possíveis com um modelo rígido e limitado. Para tanto, elaborou-se questionamentos tendo como referência atribuição dos diferentes significados [4] que o zero assume, a fim de investigar as compreensões dos participantes sobre a temática envolvida, a saber: O que representa o número para você? O zero é um número natural? O que significa/representa para você o número zero? Você acha que a formação acadêmica que está adquirindo no curso, lhe dá subsídios para ensinar sobre assunto? Por quê? De que forma o número zero e a sua história são apresentados nos livros didáticos? Na sua opinião é correta? É abrangente?

O método de análise de dados que norteou a pesquisa foi a triangulação de dados, que, sobremaneira, segundo [24], enfatiza o “multiplismo crítico” que o pesquisador adota durante o percurso da investigação. Nesse prisma, o pesquisador utiliza-se de uma ampla e diversificada maneira de obter a compreensão do fenômeno analisado. Emergiu-se a partir da análise de dados cinco categorias: O zero correlacionado ao nada; o zero no âmbito acadêmico; o zero no livro didático; curiosidades sobre o zero: i) o zero pertence ou não ao conjunto dos números naturais e ii) o zero é um número par ou não. Conforme serão apresentadas na próxima seção Análise e Discussão.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO

Esta seção tem por objetivo analisar e discutir as quatro categorias que emergiram a partir da busca por significados do *corpus* dos dados. Passaremos a delinear nosso entendimento sobre as categorias e descrevê-las a seguir.

4.1 O zero correlacionado ao nada

Esta categoria se justifica pela referência associativa que os participantes realizaram entre o zero com adjetivos sobre o nada. Esse binômio implicou no retardamento da criação de um símbolo para o zero, que estão imbricadas por questões filosóficas e epistemológicas. Nesse veio, destaca-se que há pontos que vão ao encontro do aporte teórico adotado nesta pesquisa.

A história do zero possibilitou-nos compreender o quanto a sua criação pelas civilizações antigas foi complexa. Pensar no “nada” e ter que associar algo a esse nada, deve ter sido provavelmente muito difícil para essas civilizações, bem como seja até hoje. Mas, mesmo com condições precárias e limitadas em termos tecnológicos, se comparadas às atuais, ousaram e conseguiram com êxito criar um símbolo para representar o conceito do “nada”, motivadas pelas necessidades de ordem prática [4].

Atribuir um símbolo para representar o nada é algo abstrato para o homem contemporâneo, ainda mais para o homem pré-histórico, nossos ancestrais consideravam o nada como uma condição e não como algo, sendo inaceitável atribuir valores a ele. O homem necessitou de um amadurecimento intelectual para conceber o zero como o símbolo que doravante representaria um lugar na ordem vazia do ábaco [2].

Segundo [25], o zero é habitualmente pronunciado como se fosse o “nada”, utilizado sinônimos em diversas situações, tanto no âmbito institucional (acadêmico/escolar), quanto no informal (circunstância da prática social), como por exemplo: “não tenho nada de dinheiro” ou “não sobrou nada de comida”.

Os reflexos desses contextos em que a relação etimológica entre o nada e o zero se constitui, são evidenciados pelos participantes da pesquisa, conforme vimos nesses relatos:

> **Flávia**: *Eu lembro que uma vez numa aula de filosofia [o professor] perguntou [pediu] pra gente representar o nada. [...] E a gente não sabia representar o que era o nada. [...] Sei lá, eu classificaria o zero como o nada.*
> **Arthur**: *Numa questão filosófica... Você tem uma coisa para dividir pelo nada como é que você vai dividir uma coisa pelo nada? Não faz sentido!*
> **Joana**: *Se eu tenho um número que eu elevo a nada, então esse número seria... Uma unidade. [...] Não tem como você dividir um número*

> *por algo que não existe, no caso, como o zero é a falta de alguma coisa, não tem como dividir por esse número – por nada!*

Os reflexos desses contextos em que a relação etimológica entre o nada e o zero se constitui, são evidenciados pelos participantes da pesquisa, conforme vimos nesses relatos. Pensar o zero como número nessa perspectiva é constituir a expressão simbólica que sintetiza uma quantidade finita e determinada, portanto, nula/sem valor [25]. Assim, afirmar que zero é igual a "nada", ou ainda, que zero vale "nada", segundo [25], é atribuir-lhe uma indeterminação como resultado e extingui-lo da categoria de números.

Carrega-se, então, em tais afirmativas/narrativas equívocos conceituais e epistemológicos. Posto que "o zero é um número que pode ser representado por um algarismo", assim, deve-se "observar que a expressão por si não tem valor algum é inaceitável, não tem sentido, portanto, assume-se que "o zero, como número, tem por si mesmo valor, que é o valor zero" [25, p. 45]. Nesse sentido, vale destacar os seguintes comentários:

> **Beta**: *Se a gente for confrontar o nada com o zero, né? É algo a se pensar. O nada que a gente encaixa, quando dividir 10 por 0, quando dividi 0 por 10. Então, há um conflito minucioso para ser explicado, que eu não me sinto seguro para tá passando essas informações bem claras para o aluno.*

Nota-se, para além da linguagem associativa entre o zero e o nada, o sentimento de insegurança na explicação do contexto operatório de divisão envolvendo o zero, o que, sobremodo, vai ao encontro do pensamento de [7] ao posicionar-se criticamente a respeito dos cursos de formação que não refletem sobre os muitos "por quês" que estão implícitos nos objetos de conhecimentos que são postos de modo secundário.

É importante também destacar a fala da participante Flávia: "*Quando a gente tá lecionando em sala de aula, aí aparece a situação:* $2-2$ *dá quanto? Os alunos falam 'nada', não falam zero*", pois observar-se o emprego da "[...] linguagem usual é muito comum a confusão entre zero e nada" [25, p. 40], um equívoco frasal que comumente é proferido no dia-a-dia por alunos, e até mesmos por professores, como o caso acima relatado. Em síntese, concorda-se com a visão de [25] sobre a confusão epistemológica e etimológica entre o "zero" e a expressão "nada", ainda, que o zero possua uma relação etimológica com o termo. Porém, como visto, ao contrário do nada, o zero tem seu valor, por mais que seja nulo.

4.2 O zero no âmbito acadêmico

Os dados apontam para o surgimento desta categoria, visto o significado e importância do debate desse e de outros temas inerentes ao exercício profissional que, por vezes, não é devidamente refletido na formação inicial do professor. Sob uma posição crítica ao modelo em voga no curso de licenciatura em que estudam, especialmente, por não fomentar reflexões sobre os objetos de conhecimento das quais irão ensinar no contexto escolar.

Os participantes da pesquisa são influenciados por diversos fatores, inclusive, pelo ambiente acadêmico em que estão emergidos. A seguir são expostas falas que demarcam críticas que vai ao encontro do supramencionado, como:

> **Flávia**: *Em momento nenhum do curso a gente sequer suscita uma discussão em relação a isso.*
> **Joana**: *Nas disciplinas que a gente pega no curso não trabalha muito essa questão do número zero, então não me dá subsídios nenhum pra é... Ensinar a respeito, estudar a respeito dele, no caso, se eu quisesse ensinar a respeito do zero eu teria que estudar a parte. Porque a formação acadêmica não me deu subsídios*.
> **Beta**: *Não dar não, as disciplinas as quais eu cursei nesse período acadêmico, não vi nada sobre o zero, sobre a necessidade, como surgiu. Então essa deficiência que estamos falando sobre esse termo, digamos do zero, é uma deficiência que o curso passou.*

Notamos elementos de incertezas, de imprecisões e de dúvidas foram recorrentes como bem expressam os licenciandos acima. É exposto nessas narrativas que não existem discussões sobre o número zero no curso de licenciatura e que perfazem um caminho histórico que, sobremodo, legitima sua introdução como objeto matemático e sua devida importância para a área. [12] argumentam que a orientação da história no processo de ensino é uma alternativa importante no rompimento com o ensino da Matemática pautado no “pronto” e “acabado”. Posto isso, ganha destaque o componente curricular de História da Matemática (HM), espaço oportuno para compreender aspectos etimológicos que, por vezes, são ignorados em outros componentes que visam à memorização [26].

Sobre esta discussão histórica no curso, os alunos comentaram,

> **Joana**: *Em História da Matemática deveria ter alguma abordagem*.
> **Pierre**: *Eu acho que essas discussões são ainda muito vagas dentro da academia, dentro do curso de Matemática, mas especificamente dentro da disciplina: História da Matemática. Eu acho que o zero passa meio despercebido.*

Relatos dos participantes, no entanto, expõem que tal componente no curso não traz nenhuma intervenção da história do zero, muito menos, se abre um debate sobre a evolução dos sistemas de numeração ao longo da história. Nessa perspectiva, [12] tecem comentários sobre a abordagem da HM no nível superior, ressaltando "[. . .] que a história da Matemática participe de forma orgânica no processo de formação de professores de Matemática". Em consonância com o exposto, outros participantes relataram seus posicionamentos:

> **Flávia**: *Como é que eu vou trabalhar se eu não tenho formação sobre? Mas se eu tô me formando para determinada profissão, em algum momento eu tenho que tá, [. . .] tá discutindo isso. A gente discute tantas outras coisas que são dispensáveis e não se discute uma questão como essa né?! Que é tão comum dentro da sala de aula[. . .]*
> **Joana**: *[. . .] As disciplinas que a gente trabalha, estuda na universidade são tão avançadas, que a gente não vê nenhuma preparação para trabalhar na Educação Básica.*
> **Arthur**: *Eu gostaria que houvesse essa discussão desses conhecimentos que a gente leva para sala de aula. Mas, acho que o curso não promove isso. [. . .] A gente tem aqui discussão de conhecimento da Matemática avançada e que despreza esse conhecimento que é necessário para a Educação Básica.*

Alguns participantes argumentaram o fato de que o curso não trabalha com questões voltadas para a prática escolar, e sim, uma prática voltada para a formalidade do rigor matemático (axiomático), deixando desta forma, transparecer lacunas na formação inicial – como a amplitude de significados do número zero [4].

[12] chamam atenção que a HM pode tornar-se o fio condutor entre o objeto matemático e a aprendizagem com significado. Nessa visão, ganha-se um destaque a HM, por candidatar-se como alternativa metodológica em prol de uma construção de conhecimento na matemática contextualizada e com significado para quem a estuda sob esse viés [26].

É importante salientar que não apenas a HM terá obrigatoriamente que ensinar temas e reflexões como este – o zero – mas também disciplinas como o cálculo quando discute o limite de função quando tende a zero, a matemática básica quando for realizar divisões por zero, a geometria analítica quando for utilizar das representações geométricas no plano cartesiano e suas representações. Bem como as disciplinas de caráter pedagógico, como as da educação matemática que poderá fomentar essas discussões num plano reflexivo, epistemológico e científico.

4.3 O zero no livro didático

Percebeu-se sob a luz dos dados que os participantes desta pesquisa centralizam sua prática docente no livro didático. O enfoque apenas neste instrumento ocasiona uma estrutura inflexível na prática docente, valorizando sobretudo os aspectos procedimentais sobre os de cunho histórico, conceitual e epistemológico. O que ressoa a natureza sistemática e padronizada do saber ao invés da construção desse saber. Ensinar sob essa perspectiva somente é limitar-se quanto ao todo. A propósito, [12] entendem que os conceitos matemáticos em conexão com a sua história, constituem importantes abordagens para a prática do professor que ensina matemática.

As críticas apresentadas pelos participantes ao livro didático são evidenciadas no que tange ao conteúdo histórico e conceitual do zero como pode ser analisada a seguir:

> **Flávia**: *Nunca li nada, nunca encontrei nada em livro didático falando do zero não. Quando é apresentada, é só apresentada pela restrição, que se não tiver ela, não vai dar certo. Então só apresenta aquilo e acabou, que é da mesma forma que a gente tem a formação aqui na universidade.*
> **Beta**: *Pelos menos os livros didáticos que tive oportunidade de ler, não vi uma história detalhada sobre a origem do zero, [...] Os livros didáticos passam de uma maneira muito superficial.*

Nesse sentido, de acordo com [10] como os professores utilizam o livro como principal fonte de referência – às vezes, até como único meio – estes deveriam deter de um conhecimento mais detalhado e abrangente dos conceitos matemáticos nessas obras, assim como na formação inicial do professor é o espaço na qual o futuro professor tende a aprender, ampliar, debater e refletir sobre as práticas educacionais existentes na Educação Básica.

[10] ainda destaca que as abordagens sobre as questões históricas e conceituais sobre o zero, apresentada de forma inadequada e a exposição de tal temática de forma muito superficial, culmina numa delimitação do ensino e consequentemente na aprendizagem pelos alunos. Como destacamos as falas seguintes:

> **Arthur**: *Na realidade eu não vejo o zero em nenhum momento... nunca vi essa discussão do número zero nos livros didáticos. Nos livros da faculdade também não vejo essa discussão. [...] Percebo que não há essa discussão... o número zero não aparece como elemento importante.*
> **Pierre**: *[O livro didático não traz uma abordagem] Nem do zero e de nenhuma abordagem histórica. Ele traz pequenos recortes que cabe ao professor se aprofundar um pouco mais. É muito vago!*

As abordagens sobre as questões históricas e conceituais sobre o zero, apresentada de forma inadequada e a exposição de tal temática de forma muito superficial, culmina numa delimitação do ensino e consequentemente na aprendizagem pelos alunos, tal como aponta [10].

Essas ideias dos participantes corroboram [10] quando ressalta que os livros didáticos não apresentam uma discussão sobre o número zero e a sua história de forma adequada, em decorrência de apresentarem essa temática numa perspectiva limitada e superficial, culminando nesse sentido, na dificuldade da compreensão desse conceito aos que a utilizam. E contempla:

> Nesse sentido, a formação de professores requer elaboração de significados lógicos e metodológicos da matemática, particularmente ao que aqui nos interessa, o estudo do número zero e suas particularidades já evidenciadas. Logo, o zero tem e merece destaque epistemológico tanto na sua origem, quanto na sua utilização. [10, p. 07]

E complementa que nos livros os quais analisou, pode-se afirmar que neles não se trabalha, adequadamente, a utilização do zero nas operações básicas. E acrescenta que "Na divisão de naturais, por exemplo, diz-se que a/b só é possível quando $b \neq 0$, mas não se põe em discussão os motivos porque não se divide por zero. Então, [...] passam nos livros didáticos sem nenhuma reflexão" [10, p. 08].

Sendo assim, a formação inicial do professor é o ambiente para se discutir e refletir sobre assuntos os quais serão abordados em sala de aula, para que assim, o professor não seja reprodutor de conhecimento histórico já construído, e sim, compreenda a gama de influências que circundam tal contexto a fim de utilizá-lo em prol de uma educação emancipatória [26].

4.4 Curiosidades sobre o zero

Esta categoria aglutina vários elementos oriundos de "porquês" que comumente surgem nas aulas de matemática e dão base para sua emergência. Para tanto, esta categoria foi subdividida em: i) o zero pertence ou não ao conjunto dos números naturais e ii) o zero é um número par ou não, das quais serão apresentadas e discutidas nas próximas subseções.

4.4.1 O zero pertence ou não ao conjunto dos números naturais?

[27] e [25] não consideram que o zero pertencente ao conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$), e sim, como o primeiro número da sucessão do conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$). [27] argumenta sua perspectiva afirmando que o zero não atende aos seguintes critérios da natureza numérica:

- Sequência: que são os números ordinais: primeiro; segundo; terceiro; etc.
- Contagem: que são os números cardinais: zero, um, dois, três, etc. Nesse quesito, o zero é contemplado, pois é cabível contar utilizando-o. Embora, ao invés

de dizer “possuo zero livros”, diga-se com mais frequência “não possuo nenhum livro” ou ainda “não tenho livros”.

- Medida de grandeza: comprimento, área e volume.

Percebe-se, no exposto, a contundência dos argumentos em adotar o zero como não natural. Todavia, vale ressaltar que Peano (1858-1932), pioneiro na sistematização axiomática das leis fundamentais dos números naturais, estabeleceu os Axiomas de Peano em 1879, que, segundo [28] definiu a fundamentação lógica da Aritmética a partir dos seguintes conceitos primitivos:

- P_1: Zero é um número natural.
- P_2: Se a é um número natural, então a tem um único sucessor que também é um número natural.
- P_3: Zero não é sucessor de nenhum número natural.
- P_4: Dois números naturais que têm sucessores iguais são, eles próprios, iguais.
- P_5: Se uma coleção S de números contém o zero, também, o sucessor de todo elemento de S é o conjunto de todos os números naturais.

Assim, de acordo com os Axiomas de Peano, o zero era considerado um número natural. Mas, afinal, por que ainda paira-se essa dúvida? De acordo com [14, p. 57], “[...] de um ponto de vista histórico, o zero não é um número natural; a sua inclusão no conjunto dos naturais tem motivação lógica”. O mesmo autor pode considerar o zero como natural no livro de álgebra e como não natural no livro de análise. Trata-se, pois, de uma questão de conveniência da área da qual se está analisando.

Logo, convém o algebrista adotar o zero como natural, já que o interesse da álgebra (dentre outros objetivos) é o estudo das operações, já que nesse caso, o zero representa o elemento neutro da adição e permite as operações no conjunto dos naturais de $x - y$ (para todo $x, y \in \mathbb{R}$), não somente quando $x > y$, mas também quando $x = y$ (o que comprova a necessidade de se assumir zero como natural).

Em contrapartida, em análise, não convém considerar o número zero como natural, uma vez que em análise os números naturais comumente são usados para enumerar uma sequência, por exemplo, uma função $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, representada pela notação sequencial $(f_1, f_2, f_3, \ldots, f_n, \ldots)$. Sendo f_n o n-ésimo termo dessa sequência, observe que o primeiro termo dessa sequência é o f_1, o segundo f_2, assim continuamente. Se admitíssemos o zero como natural, a sequência seria $(f_0, f_1, f_2, f_3, \ldots, f_n, \ldots)$, assim teríamos como primeiro termo o f_0, o segundo f_1, assim sucessivamente. Desta forma o f_n deixaria de ser o n-ésimo termo e tornaria-se o $(n + 1)$-ésimo termo. Portanto, para evitar essa disparidade é conveniente considerar o zero como não natural nesse contexto.

Os futuros professores a partir da vivência concomitante entre os dois mundos, o acadêmico e o escolar, mobilizam diversos saberes nos quais são confrontados durante o exercício de sua prática docente. No relato a seguir está evidenciado um saber praticado no contexto diário com a sistematização desse saber no âmbito acadêmico:

> **Arthur**: *Pra mim o zero não é um número natural. É porque, é... A questão da contagem mesmo... É, eu começo a contar do Um... Um computador, dois computadores, três computadores, uma bola, duas bolas, três bolas, eu nunca comecei a contar do zero.*

Questionado sobre a possibilidade do estudante em sala de aula resistir ao posicionamento posto, comumente, no livro didático onde o zero é apresentado como o número natural, ele ressalva:

> **Arthur**: *[...] Eu por mais que o livro esteja, que o zero pertença [ao conjunto dos] números naturais, mas eu tenho a ideia diferente do autor do livro, considero que o zero não pertence ao [conjunto dos] números naturais, mas, que no decorrer da minha atividade, eu deixaria claro que não iria prejudicar o desenvolvimento do trabalho e também da progressão deles.*

É bem verdade, que o confronto com uma gama de saberes que serão exigidos em sala de aula serão postos, apenas, durante o exercício de seu ofício docente. Pontua-se, aqui, a perspectiva de [11] que mesmo reconhecendo tal visão, argumenta que é igualmente importante antecipá-los, ainda, durante a formação inicial do futuro professor.

Nesse contexto, os participantes argumentaram seus pontos de vistas quanto a essa discussão, pois, trata-se de um assunto o qual o futuro professor de matemática se posicionará em sala de aula, conforme os relatos a seguir:

> **Flávia**: *Eu estudei na escola, estudei no cursinho, eu sempre aprendi quando criava... representava o conjunto dos números naturais, começava representando do zero. Eu cheguei na universidade, eu já fui apresentado de outra forma. Mas eu tenho o zero como número natural.* **Silva**: *[...] A gente muito associa, a questão da contagem, né? A necessidade de contagem. Recentemente no estágio, foi trabalhando como natural. A questão do que a gente ver lá [universidade]que é a construção do estudo de análise e construção de Peano. [...] para o nosso contexto o zero é natural, porque tem momentos que utiliza a necessidade desse zero como natural.*

De acordo com [14], considerar o zero como um número natural ou não é questão de conveniência com o contexto a ser estudado. Isto é, sua consideração de pertencer ou não ao conjunto dos números naturais, depende do campo da Matemática na qual o zero está inserido.

O objetivo nesta análise é apontar que existem sim contextos, situações, épocas e gerações que aceitam o número zero como natural e já outras que não. Assim deve se procurar entender quais os fatores que levam a essas escolhas ou mesmo as que utiliza de forma híbrida quando lhe for conveniente para certos assuntos.

4.4.2 O zero é um número par?

A discussão sobre o zero ser par ou não, foi outra categoria que apareceu nos relatos dos estudantes, com isso os participantes atribuíam que o zero seria zero, argumentando seu ponto de visto baseado na terminação ($0, 2, 4, 6$ e 8) ou na definição de um número par: "Um número natural n é dito par se existir um número natural k de modo que $n = 2k$" [28], tais como:

> **Beta**: *A gente tem um conceito que zero é par. [...] baseado nas definições...*
> **Pierre**: [...] *Todo número terminado em $0, 2, 4, 6$ ou 8 são pares*.
> **Flávia**: *Por exemplo, que todo número par pode ser escrito da forma como duas vezes n. então se eu assumo n como zero, duas vezes zero é zero, então zero é par*.
> **Joana**: [...] *Quando a gente analisar a definição de um número par. [...] todo número par pode ser escrito da forma como duas vezes n, então se eu assumo n como zero, duas vezes zero é zero, então, zero é par.*
> *Silva*: *Vamos [com os alunos] pensar que... $10, 20\dots$ todo número terminando com zero tá sendo par, então eu classificaria o zero como par... Se a gente colocar na fórmula de: $2n$ e $2n+1$, [...] o zero vai ser par!*

De acordo com [14] só faz sentido o número zero ser considerado como um número par, se antes o autor considerá-lo como natural, pois, "o número par é igual a duas vezes um número natural; ora, iniciando-se a série dos naturais assim: $1, 2, 3, 3, 4, \dots$ claramente o primeiro número par é o 2" [14, p. 59]. Por conseguinte, para que o número zero seja considerado como um número par, dependerá do ponto de vista lógico ou histórico na qual o contexto exige.

Sendo assim, provém do zero ser um número par, se houver, antes, uma discussão se o zero é um número natural ou não, haja vista que cabe o autor considerá-lo natural e não-natural, dependo do contexto. Contudo, como no Ensino Básico trabalha-se com a álgebra, é de convir trabalhá-lo com sendo natural, por conseguinte, sendo um número par.

Outros depoimentos os participantes argumentaram sobre outros pontos de vista, que não se refere a definição, mas sim, a ordem que se estabelece entre números pares e ímpares, como segue:

> **Pierre**: *É... tendo em vista a ordem dos números, eu classificaria como par.* **Joana**: *Tendo em vista a ordem dos números, eu classificaria [o zero] como par. [...] Como a gente conhece que o um é ímpar, dois é par, três é ímpar, quatro é par... [sendo assim o anterior ao um que é ímpar, será par].*

As considerações em relação à ordem são pertinentes, uma vez que a ordem dos números naturais é definida em termos da adição e gozam das propriedades da: reflexiva; antissimétrica e transitiva [28]. Porém, só faz sentido atribuir ao zero a característica de ser par, se for atribuído antes a ele a condição de pertencer ao conjunto dos números naturais.

Então neste tópico fica atrelado a compreensão de associar o fato do zero ser um número par a sua definição em ser um número natural ou não natural, e isso ficou evidenciado nas falas dos participantes, em especial a da Flávia neste trecho que diz "*que todo número par pode ser escrito da forma como duas vezes n, então se eu assumo n como zero, duas vezes zero é zero, então zero é par.*". O trecho revela a ideia do número zero ser par, caso seja considerado como um número natural.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na tentativa de responder a pergunta desta pesquisa, observou-se que a compreensão, concepções e crenças dos licenciandos em matemática sobre o zero coaduna e se alia com apontamentos e discussões existentes na literatura sobre o tema, mesmo sendo em outros contextos. Em busca de maiores reflexões sobre o zero a partir dos dados levantados e discutidos dos participantes, observa-se que há uma preocupação com o rigor dedutivo axiomático que inibem outras discussões que, inclusive, podem melhorar o entendimento desses processos formais.

Existe com isso uma grande possibilidade dos formandos saírem do curso de licenciatura em matemática com uma deficiência na compreensão dos objetos de conhecimento das quais irão ensinar em sala de aula, o que, de certa forma, podem impactar na sua formação e prática docente.

Em relação ao zero, não apropriar-se de seu percurso histórico é, de certo modo, desconhecer o seu impacto na evolução da própria matemática, sobretudo, para a história da humanidade.

Faz-se necessário, nessa direção, que haja uma melhor sintonia entre a mobilização dos saberes na formação inicial do professor com os que serão exigidos deles no exercício de sua profissão. Diminuindo, assim, a possibilidade de equívocos sobre as naturezas aqui mencionadas (históricas, conceituais, operatórias e epistemológicas) que comumente ocorrem, principalmente, em relação ao objeto de estudo desta pesquisa.

Assim, essa pesquisa visou oferecer contribuições para a formação de professores da área ou interessados na temática, auxiliando-os para uma prática pedagógica significativa para o estudante, a partir de manifestações de licenciados em matemática acerca do conceito do zero, que estão carregadas de heterogêneos significados, advindos: seja dos contextos do convívio social (cotidiano) e de suas relações culturais, seja do espaço institucionalizado (academia) ou seja no âmbito escolar.

REFERÊNCIAS

[1] S. M. Queiroz, “Paralelo entre a história da constituição do zero como número e as dificuldades de alunos em operarem com ele”. 2012. Comunicação, SIPEMAT [Mimeo]. Disponível em: https://xdocs.com.br/doc/paralelo-entre-a-historia-da-constituiao-do-zero-como-numero-e-as-dificuldades-dos-alunos-em-operarem-com-ele-jn67kkm46gor. Acesso em: 10 fev. 2021.

[2] F. Guimarães, “O Sentido do Zero”. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática – São Paulo PUCSP, 2008. Disponível em: https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/11301. Acesso em: 15 mar. 2021.

[3] D. L. Padrão “A Origem do Zero”. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática – São Paulo PUCSP, 2008. Disponível em: https://leto.pucsp.br/bitstream/handle/11332/1/Darice%20Lascala%20Padrao.pdf. Acesso em: 10 fev. 2021.

[4] C. M. A. Salvador, A. M. Nacarato, “Sentidos atribuídos ao zero por alunos da 6ª série”. 2003. Disponível em: http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_26/sentidos.pdf. Acesso em: 20 fev. 2021.

[5] R. S. Silva, “A formação inicial e os conceitos sobre dois temas controversos na prática do professor de matemática: indeterminação e divisão por zero”. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016. Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6574_2664_ID.pdf. Acesso em: 10 fev. 2021.

[6] J. L. M. de Eça; Z. E. D. F. Madruga, “Restrições aritméticas na multiplicação e na divisão envolvendo o zero: reflexões sobre os conhecimentos de licenciandos em matemática”. REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática, : https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/8957. Acesso em: 20 mar. 2021.

[7] S. Lorenzato, “Os “por quês” matemáticos dos alunos e as respostas dos professores”. Pro-Posições, Campinas, v. 4, n. 1, pp. 73-77, 1993. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644383. Acesso em: 16 jan. 2021.

[8] N. L. Costa, and K. T da. Silva, “Os porquês matemáticos sob a óptica dos licenciandos em Matemática de uma universidade em Petrolina-PE”. XII Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM, 2016. Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/5748_4031_ID.pdf. Acesso em: xxx.

[9] E. P. Barbosa, “Os Por Quês Matemáticos dos Alunos na Formação dos Professores”. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - CIAEM, 13., 2011, Recife. Anais. . . Recife, 2011. p. 1-12. Disponível em: http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/files/conferences/1/schedConfs/1/papers/611/public/611-9763-1-PB.pdf. Acesso em: 21 mar. 2021.

[10] T. O. de Araújo, "A origem do zero e suas abordagens nos livros didáticos". X Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM, Bahia. Salvador, 2010. Disponível em: https://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/12486/1/PDF%20-%20T%C3%A1ssio%20de%20Oliveira%20Ara%C3%BAjo.pdf. Acesso em: 8 fev. 2021.

[11] J. P. da Ponte, "A vertente profissional da formação inicial de professores de matemática". Revista da Sociedade Brasileira de Educação, São Paulo, ed. Especial, nº 11A, pp. 3-8, 2002. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte%20(SBEM).pdf. Acesso em: 11 mar. 2021.

[12] A. Miguel, and M. A. Miorim, História na educação matemática: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

[13] C. B. Boyer, História da matemática. 2. ed. São Paulo: Blucher, 1996.

[14] C. Borges, A matemática para todos. Organização, Inácio de Sousa Fadigas. – Feira de Santana: Universidade Estadual de Feira de Santana, 2006, V. 1.

[15] B. J. Caraça, Conceitos Fundamentais da Matemática. Lisboa: Fotogravura Nacional, 1951.

[16] G. Ifrah, História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1999.

[17] H. Eves, Introdução à história da matemática. São Paulo: Editora da UNICAMP, 2011.

[18] A. E. A. Rodrigues, "Sistemas de numeração: Evolução Histórica, Fundamentos e Sugestões para o Ensino". Mestrado Profissional em Matemática – Pará UFOPA, 2013. Disponível em: https://repositorio.ufopa.edu.br/jspui/handle/123456789/200. Acesso em: 17 fev. 2021.

[19] B. H. Gundlach, Tópicos de história da matemática – para uso em sala de aula – Números e numerais e Computação. Atual, 1994. Vol. 1.

[20] G. Ifrah, Os números: A história de uma grande invenção. 9 ed. São Paulo: Globo, 2001.

[21] L. M. Imenes M. Lellis, Os números na história da civilização. São Paulo: Scipione, 2006.

[22] R. Bogdan, and S. Biklen, Investigação Qualitativa em Educação. Porto: Porto, 2010.

[23] J. P. Ponte, "Estudos de caso em educação matemática". Bolema, Rio Claro, SP, v. 19, n. 25, p. 105-132, 2006. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/handle/10451/3007. Acesso em: 8 set. 2020.

[24] A. J. Alves-Mazzotti, Parte II – O método nas ciências sociais. In: ALVES-MAZZOTII, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. O método nas ciências naturais e sociais: Pesquisa quantitativa e qualitativa. São Paulo: Pioneira, 1999.

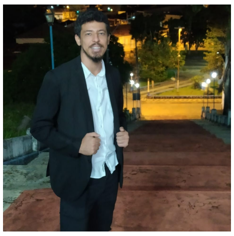
[25] M. Tahan, As maravilhas da matemática. 2 ed. Rio de Janeiro, 1973.

[26] A. Silva; E. M. do S. Soares, "História da matemática como ponto de partida para criação de práticas pedagógicas e constituição da formação do professor". REVASF, Petrolina, PE, v. 11, n. 24, 2019. Disponível em: https://www.periodicos.univasf.edu.br/index.php/revasf/article/view/1469/958. Acesso em: 15 mar. 2021.

[27] B. J. Caraça, Conceitos Fundamentais da Matemática. Lisboa: Gradiva, 1989.

[28] Hygino H. Domingues, Fundamentos da Aritmética, Atual, São Paulo, 1991.

BREVE BIOGRAFIA

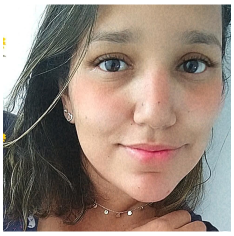


José Lucas Matias de Eça https://orcid.org/0000-0001-5848-2100

Mestre em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio pela Universidade Estadual do Sul da Bahia (UESB). Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática e Física pelo Centro Universitário Internacional (UNITER). Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). Professor de matemática da Rede Municipal de Cairu – BA.

Anderon Melhor Miranda https://orcid.org/0000-0003-3464-0607

Doutor em Ciências da Educação, na especialidade Educação Matemática pela Universidade do Minho/Portugal. Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Ouro Preto-MG (UFOP) e Especialista em Educação Matemática pela Universidade Católica do Salvador (UCSal). Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal da Bahia (UFBA). Atualmente é Professor Adjunto da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB) e Coordenador do PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência) no curso de Educação do Campo do CETENS/UFRB.



Thaine Souza Santana https://orcid.org/0000-0003-3025-7993

Doutora e mestra em Ensino, Filosofia e História das Ciências, respectivamente, pela Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS) e Universidade Federal da Bahia (UFBA). Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Atualmente é Professora Adjunta do Centro de Formação de Professores da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB).