

**A NOÇÃO DE SITUAÇÃO FACE AS TEORIA E
ABORDAGENS DA DIDÁTICA DAS CIÊNCIAS: CAMPOS
CONCEITUAIS, SITUAÇÕES DIDÁTICAS, DIALÉTICA
FERRAMENTA-OBJETO E JOGO DE QUADROS E
ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO**

LA NOCIÓN DE SITUACIÓN EN VISTA DE LA TEORÍA Y LOS
ENFOQUES DE LA EDUCACIÓN CIENTÍFICA: CAMPOS
CONCEPTUALES, SITUACIONES DIDÁCTICAS, DIALÉCTICA
HERRAMIENTA-OBJETO Y JUEGO DE MARCOS Y ANTROPOLOGÍA
DIDÁCTICA

THE NOTION OF SITUATION IN VIEW OF THE THEORY AND
APPROACHES OF SCIENCE DIDACTICS: CONCEPTUAL FIELDS,
DIDACTIC SITUATIONS, TOOL-OBJECT DIALECTICS AND FRAME
PLAY AND DIDACTIC ANTHROPOLOGY

DOI: 10.22481/rbba.v11i01.10110

Anderson Souza Neves
Secretaria de Educação do Estado da Bahia, Bahia, Brasil
ID Lattes: <http://lattes.cnpq.br/7011224547137844>
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6631-194X>
Endereço eletrônico: andersonsneves@gmail.com

Luiz Márcio Santos Farias
Universidade Federal da Bahia, Bahia, Brasil
ID Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8459439898470769>
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2374-3873>
Endereço eletrônico: lmsfarias@ufba.br

ISSN 2316-1205	Vit. da Conquista, Bahia, Brasil / Santa Fe, Santa Fe, Argentina	Vol. 11	Num. 1	Jun/2022	p. 28-57
----------------	--	---------	--------	----------	----------

RESUMO

A didática da matemática, nestes quase 50 anos, vem desenvolvendo modelos conceituais e um vocabulário específico cuja complexidade é adaptada à complexidade dos fenômenos do ensino e da aprendizagem dos saberes. Esta complexidade, como em toda ciência, dificulta a disseminação da pesquisa em didática da matemática, nos diferentes estratos da sociedade. Pensando neste desafio, este artigo se situa na dimensão da popularização da ciência, um problema difícil, de natureza didática, que não pode ser ignorado pela comunidade em didática da matemática. Considerando o artigo da Maria Rita Otero, onde a mesma apresenta o significado para o termo situação, em diferentes teorias, apresentaremos aqui exemplos de situações à luz destas diferentes teorias objetivando contribuir para popularização da didática da matemática. Acreditamos que com este trabalho poderemos contribuir para o enfrentamento do fenômeno do vazio didático.

Palavras-chave: Didática da matemática. Fenômenos do ensino. Situação.

RESUMEN

La didáctica de las matemáticas, en estos casi 50 años, ha ido desarrollando modelos conceptuales y un vocabulario específico cuya complejidad se adapta a la complejidad de los fenómenos de enseñanza y aprendizaje del conocimiento. Esta complejidad, como en toda ciencia, dificulta la difusión de la investigación en didáctica matemática en diferentes estratos de la sociedad. Con este desafío en mente, este artículo se ubica en la dimensión de la popularización de la ciencia, un problema difícil, de carácter didáctico, que no puede ser ignorado por la comunidad en didáctica de las matemáticas. Considerando la investigación realizada por Maria Rita Otero, donde presenta el significado del término situación, en diferentes teorías, presentaremos aquí ejemplos de situaciones a la luz de estas diferentes teorías, con el objetivo de contribuir a la popularización de la didáctica de las matemáticas. Creemos que con este trabajo podremos contribuir a afrontar el fenómeno del vacío didáctico.

Palabras clave: Didáctica de las Matemáticas. Fenómenos de enseñanza. Situación.

ABSTRACT

Mathematics didactics, in these nearly 50 years, has been developing conceptual models and a specific vocabulary whose complexity is adapted to the complexity of the phenomena of teaching and learning knowledge. This complexity, as in any science, makes it difficult to disseminate research in mathematics didactics in different strata of society. With this challenge in mind, this article is located in the dimension of the popularization of science, a difficult problem, of a didactic nature, which cannot be ignored by the community in mathematics didactics. Considering the article by Maria Rita Otero, where she presents the meaning for the term situation, in different theories, we will present here examples of situations in the light of these different theories, aiming to contribute to the popularization of the didactics of mathematics. We believe that with this work we will be able to contribute to facing the phenomenon of didactic vacuum.

Keywords: Didactics of Mathematics. Teaching Phenomena. Situation.

1 INTRODUÇÃO

Em geografia, “situação” é um conceito espacial que permite a localização relativa de um espaço em relação ao seu ambiente, seja próximo ou não. Este conceito coloca um lugar em uma estrutura mais geral a fim de qualificá-lo através de suas interações com o mundo exterior. Ela envolve noções de adjacência e conectividade, que são essenciais na análise espacial. Este conceito não se deve confundir com a localização, que é feita em relação às coordenadas geográficas, como a latitude e longitude.

No dicionário Larousse¹, encontramos para esta palavra as seguintes definições:

A forma como algo, um lugar é colocado em relação a outras coisas, outros lugares: sua loja está muito bem situada”. “Estado de alguém em relação a sua posição, sua fortuna: melhorar sua situação”. “Estado, função de alguém, de algo em um grupo ou em um determinado campo: a situação da França na Comunidade Européia”. “Lugar, emprego remunerado e estável: Ter uma boa situação”. “Conjunto de eventos, circunstâncias, relações concretas no meio das quais alguém, um grupo: Esta situação não pode mais durar”. Tabela dos elementos que compõem o patrimônio de uma empresa em uma determinada data”. (LAROUSSE, 2021)

A didática da matemática, nestes quase 50 anos, vem desenvolvendo modelos conceituais e um vocabulário específico cuja complexidade é adaptada à complexidade dos fenômenos do ensino e da aprendizagem dos saberes. Antes mesmo de passarmos as diferentes formas de utilização e significado do termo *situação* para a didática da matemática, estaremos apresentando, mesmo em linhas gerais, a didática e algumas teorias que contribuíram, para o desenvolvimento desta ciência na França.

A didática é uma disciplinaⁱⁱ que lida com o ensino e aprendizagem de determinado conteúdo (didática geral), e o ensino e a aprendizagem de um saber específicos em uma disciplina específica (didática especializada ou disciplinar) e suas inter-relações. A questão central em toda didática é a do saber, do seu ensino e sua aprendizagem em um contexto preciso. Sem estes elementos, não há sentido em se referir a didática.

A origem do pensamento didático remonta ao final da década de 1960, durante a “reforma da matemática moderna” (GÁLVEZ, 1996, p.32). E essa reflexão, de acordo com Samuel Johsua, “foi uma verdadeira revolução em todo o setor da educação” (JOHSUA & DUPIN, 1994, p. 155-156), em que carrega consigo uma história, acrescenta Johsua. Na verdade, na época, hesitava-se entre o termo didática e o termo *epistemologia experimental*. Epistemologia, porque, segundo Guy Brousseau, é a organização do saber; e essa epistemologia é considerada experimental porque teve que ser implementada *in situ*. Mas, no final, e por várias razões, é o termo da didática que foi retido e popularizado diante do trabalho de Brousseau (1970), onde o conceito de situação aparece desempenhando um papel importante, no campo da didática da matemática. Posteriormente, o termo “didática” tornou-se em disciplinas convergente à matemática; na didática da física, com Francis Halbwachs e, em seguida, em outras didáticas.

As principais áreas de investigação da didática são: o estudo do currículo (relação professor-saber), o estudo do ensino (relação estudante-professor), o estudo da aprendizagem (relação estudante-saber) e as inter-relações entre esses três polos, o que constituem o “triângulo didático”, reconhecido como fundamental para o desenvolvimento da Teoria das Situações Didáticas, desenvolvida por Brousseau (1986). Essa teoria está alicerçada nos pressupostos de obstáculo epistemológico, desenvolvido por Bachelard (1996), e na Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Vergnaud (1996), o que justifica o fato de trazermos esta teoria para este artigo.

2. O TERMO SITUAÇÃO EM DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

Ao longo dos processos de aprendizagem dentre os quais o ser humano está submetido é essencial a mediação (interação) entre aquele que aprende e aquele que ensina, sem o qual a aprendizagem não se concretiza, de fato. Dessa forma, podemos dizer que uma situação didática pode ser considerada como uma série de situações reproduzíveis que estabelecem os fatores determinantes para a evolução do comportamento dos estudantes, e simultaneamente, do professor.

Além dos elementos supracitados, há outros elementos teóricos que integram a ideia de situação, a depender da teoria, da didática das ciências, abordada para responder uma questão de investigação. Nessa perspectiva, de manter-se uma coerência entre os elementos essenciais para utilizar a situação em uma teoria, Otero (2010) apontou como um pesquisador deve desenvolver suas investigações, com a abordagem teórica que carece, mantendo a coerência e rigor teórico que uma situação, na didática das ciências, pleiteia.

A autora elencou quatro abordagens teóricas, considerada como o núcleo duro da didática da matemática: Teoria dos Campos Conceituais (TCC), Teoria das Situações Didáticas (TSD), Dialética ferramenta-objeto e o jogo de quadros (DFOJQ) e Teoria Antropológica do Didático (TAD). Em cada abordagem, Otero utilizou as características apresentadas em suas investigações para o termo situação e as comparou evidenciando algumas especificidades, distanciamentos e aproximações, acerca do conjunto de condições para que a situação viva do ponto de vista didático e/ou cognitivo.

Considerando a cronologia desses aportes teóricos, apresentado a ideia de situação para cada abordagem, considerando os elementos essenciais descritos por Otero (2010): componentes que estruturam a situações, a estrutura que defini situação, classificação das situações, unidade de análise de uma situação, a situação no ensino e na aprendizagem, mediação durante o desenvolvimento da situação e relação para explorar a situação.

2.1 O termo situação a luz da Teoria dos Campos Conceituais

O desenvolvimento da TCC perpassa por dois elementos fundamentais: a noção de obstáculos epistemológico e o significado do conceito e suas implicações.

A noção de obstáculo epistemológico foi desenvolvida por Gaston Bachelard e publicada em sua obra mais influente; a Formação do Espírito Científico (1938), que apresenta uma a ideia de concepção epistemológica pela observação das condições e restrições para a evolução da ciência, em particular, a formação histórica dos conceitos científicos e o contexto do erro. Ao longo da história, Bachelard indica que diversos erros que foram omitidos ou desconhecidos pela “ingenuidade” científica, podiam auxiliar a detectar os vários obstáculos epistemológicos surgidos ao longo da história da ciência, possibilitando assim, um melhor conhecimento do caminho percorrido pela ciência.

Nesse sentido, podemos entender que um sujeito adquire um novo conhecimento quando, no processo de conhecer, há a superação dos conhecimentos adquiridos anteriormente de concepções baseadas no senso comum que, em suma, são conhecimentos que foram mal constituídos e que já estão consolidados. Nessa concepção, podemos afirmar que a utilização da noção de obstáculo epistemológico é fundamental à educação fazendo uma ponte entre as questões epistemológicas e o desenvolvimento histórico do conhecimento.

Já o significado do conceito no contexto escolar refere-se ao estudo de uma referência compatível com a complexidade do fenômeno da aprendizagem, sem perder de vistas suas raízes epistemológicas. Essa questão pode ser escolhida para iniciar alguns elementos da TCC (Vernal, 1996), porque entendemos que uma de suas propostas é repensar as condições da aprendizagem conceitual, de forma que essa se torne mais acessível à compreensão do estudante.

Se por um lado a TCC foi desenvolvida tendo em vista respeitar uma estrutura progressiva de elaboração de conceitos, daí a razão da pertinência com que se aplica à matemática, por outro lado, os conceitos matemáticos, para os quais a teoria foi testada, oferecem, com mais clareza, os invariantes integrantes de sua elaboração entre o saber cotidiano e o saber científico.

Na TCC, o meio proposto para a compreensão do termo situação, segundo Otero (2010, p. 2) é considerado como “qualquer situação complexa que pode ser analisada como uma combinação de tarefas”. Essa combinação é estruturada em dois pressupostos: a *variedade* da quantidade de situações e a classificação dessas situações; e a *história* que cada estudante traz consigo, uma vez que ele é moldado pelas situações que enfrentam ao longo de sua vida estudantil.

2.2 O termo situação à luz da Teoria das Situações didáticas

Para Brousseau (1996a), uma situação didática é um conjunto de intenções (implícitas ou explícitas) entre um estudante ou um grupo de estudantes, em um meio, e um professor com a possibilidade de proporcionar a esses estudantes um saber matemático constituído. Sendo assim, a elaboração de situações didáticas deve ser bastante rigorosa, e diante disso, o papel do professor é essencial por possibilitar que o estudante atue sobre a situação, sem interferência explícita, nem condução (BROUSSEAU, 1996b). Para Brousseau (1998), o professor e estudante tem papéis bem definidos. Enquanto o papel do professor é elaborar situações, bem estruturadas, que o permitam mediar essas situações com os estudantes de forma a auxiliarem a estabelecerem uma relação positiva, de autoconfiança, com a aquisição do saber. Para tanto, os estudantes devem ser incentivados a conjecturar, analisar e verificar suas decisões, organizar e estruturar os saberes apropriados, uma vez que cada estudante é sujeito de seu processo de aprendizagem.

Brousseau (1996a), ao analisar as relações existentes entre as atividades de ensino com as diversas possibilidades de uso do saber matemático classificou as situações didáticas em quatro etapas: *ação*, *formulação*, *validação* e *de institucionalização*. Na etapa de *ação*, o estudante deve estar empenhado na procura de elementos para a resolução da situação através de ações (ação) mais imediatas na interação com a situação (informação) que resultam na produção de conhecimento mais operacional elegendo procedimentos que julga coerente, geralmente, com a solução desorganizada. A segunda fase é a *formulação*, na qual o estudante utiliza alguns modelos ou esquemas teóricos explícitos, na troca de informações consigo mesmo ou com outras pessoas. Neste momento, os estudantes discutem as estratégias que utilizaram ou que pensaram em utilizar para a solução do problema, representadas pela construção da linguagem matemática sobre o saber proposto.

Na validação, terceira etapa da situação didática, o estudante utiliza mecanismos de prova matemática com objetivo de verificar se sua formulação pode ser validada ou refutada. A última etapa da situação didática, na TSD, é a institucionalização que é a conversão de um conhecimento em um saber útil ou reutilizável, utilizável na sua vida, favorecendo a resolução de novos problemas em novos contextos promovendo novos conhecimentos sistematizados.

Segundo Otero (2010, p. 3, *tradução nossa*), na TSD o termo situação é considerado como “[...] todo ambiente que contempla as relações que integra o estudante, professor e o próprio sistema de ensino” em um *meio*, que é um ambiente preparado, com intenções didática, pelo professor.

As situações didáticas têm em seu cerne as duas interações (básicas) que ocorre em uma sala de aula durante o processo de aquisição do conhecimento: Estudante-Meio (E-M) que oferece resistência e promove as retroações que instiga o conhecimento matemático; e Estudante-Professor (E-P) que é a relação pedagógica, ou seja, a relação com o *meio*.

2.3 O termo situação à luz da dialética ferramenta objeto e jogo de quadros

A DFOJQ, desenvolvida por Régine Douady (1984), atua como um instrumento para auxiliar na elaboração de atividades, aspirando o desenvolvimento de novos conceitos. Segundo Douady (1986, p. 14), “Dado um problema, devidamente escolhido, que os estudantes estão encarregados de resolver, o que chamamos de ferramenta dialética-objeto” o seguinte processo no qual distinguimos vários ciclos, o que Otero entende por *classificação de uma situação*, descritos na seguinte ordem:

1) Antigo – Nesta fase, os estudantes buscam conhecimentos antigos, ou seja; o que eles já sabem sobre o objeto de aprendizagem, para resolver determinado problema. Assim, os conceitos matemáticos devem ser utilizados como ferramentas, para resolver totalmente ou parcialmente os problemas propostos.

2) Pesquisas – No momento da resolução do problema proposto, os estudantes encontram dificuldades para resolvê-lo e são conduzidos a colocar em jogo novos conhecimentos que são implícitos. Conhecimentos implícitos são definidos por Maranhão (2012), quando o professor ou o pesquisador pode reconhecer os conhecimentos novos que os estudantes estão criando, porém os estudantes sabem que se trata de algo novo, mas ainda não conseguem explicar totalmente do que se trata.

3) Explicitação – Nesta fase, os estudantes descrevem as dificuldades e os resultados obtidos em seu trabalho. Cabe ao professor abrir caminhos para a abertura de debates sobre os conhecimentos antigos que estão sendo utilizados e os novos que estão sendo criados. Neste caso, os estudantes formulam suas ideias e elas podem ser validadas ou refutadas, por isso é importante à *mediação* do professor ou do pesquisador, para poder explicitar ou esclarecer

certas noções para os estudantes. O professor ou o pesquisador sempre deve respeitar a liberdade dos estudantes no momento da intervenção, para que os novos conhecimentos sejam adquiridos de forma satisfatória e coerente. O professor que conduza um processo de ensino deve ter domínio sobre as diversas variáveis do conjunto de situações que envolvem, ou seja, sobre os elementos teóricos e os práticos que orientam o processo. Destacamos ainda, que o professor deve ter domínio sobre o objeto de aprendizagem que está sendo trabalhado com os estudantes. No caso desta pesquisa, o professor ou o pesquisador deve ter domínio de estatística no Ensino Médio, para poder introduzir e dialogar com os estudantes, os conceitos e as noções básicas de estatística que são os objetos de aprendizagem.

4) Novo implícito – Neste momento, os estudantes podem formular determinados elementos como objetos de conhecimento matemático, sendo que esses elementos podem ser conceitos, propriedades ou procedimentos. Desta forma, os estudantes são levados a procurar outros meios de validação de suas ideias. Na situação em questão, é importante que o professor ou o pesquisador criem condições para reformulação e validação das ideias dos estudantes. Cabe ressaltar, que diversos ciclos das fases anteriores podem ser necessários antes de se atingir a fase seguinte.

5) Institucionalização – Na quinta fase, novos conhecimentos são desenvolvidos, no grupo de estudantes, ou seja; de forma coletiva, chegando-se à institucionalização como objetos de saber matemático como enunciados, definições ou teoremas. Fica a critério do professor ou pesquisador decidir o momento e a forma de passagem para esta fase. Conforme Maranhão (2012), é durante o processo de institucionalização, realizada pelo professor, deve que o objeto matemático ganha o status de autônomo, que durante o desenvolvimento de novos conhecimentos passam a funcionar como conhecimentos antigos. Passa-se para a nova fase, através de diversas atividades.

6) Reinvestimento – Na sexta fase, os estudantes desenvolvem diversas atividades para se familiarizarem com o que é novo. Desse modo, o novo objeto torna-se conhecimento antigo e pode ser utilizado em um novo ciclo da Dialética Ferramenta-Objeto. Nesta fase Maranhão (2012), destaca que entre os diversos exemplos fornecidos por de Douady, está a sugestão de se trabalhar com problemas da vida corrente, ou seja; trabalhar em sala de aula situações que estejam ligadas a realidade dos estudantes. As atividades propostas pretendem que os

conhecimentos e as relações produzidas tornem-se disponíveis para a criação de novos, e assim reinicia-se o ciclo.

7) Novo problema – Na última fase, propõe-se a reutilização dos novos conhecimentos em atividades mais complexas, envolvendo assim, outros conceitos, procedimentos e propriedades, iniciando-se dessa forma um novo ciclo. Segundo Maranhão (2012), é nesta etapa que os conhecimentos novos tomam o status de antigos sobre os quais se vão poder erigir os novos, o que a observa que os conhecimentos novos se tornam antigos a partir do momento em que os estudantes realizam diversas atividades e, conseqüentemente, estes conhecimentos que agora são antigos, poderão fundamentar os novos que surgirem.

Podemos observar que as fases da Dialética Ferramenta-Objeto estão organizadas na forma de ciclos, pois quando se chega à sétima fase que é o novo problema, é necessário recomençar as fases, mas, no entanto, o indivíduo não retorna para seu nível de conhecimento inicial, mas sim avança neste processo cíclico e vai para um nível de conhecimento superior no contexto da realidade.

Conforme Robert (1998, apud MORENO, 2010, p.78) esta dialética ferramenta-objeto é útil na elaboração dos cenários que ajudam na introdução de noções matemáticas, e, segundo nossas premissas, também é adequada para introdução de noções estatísticas.

Na dialética ferramenta objeto, o termo situação é considerado, segundo Otero (2010) como afirmações epistemológicas, alicerçada no conceito matemático, em termos de objetos e relações, como um objeto cultural socialmente reconhecido, essenciais na atividade matemática.

Nessa perspectiva teórica, há um contrato didático em que o professor deve propor situações em que o estudante deve promover a construção do seu próprio conhecimento por meio das correspondências entre os significados (novos) de um mesmo conceito em um mesmo quadro (algébrico, geométrico ou numérico). Para tanto, é essencial que os estudantes passem por desequilíbrios, ou seja, o processo de descontextualização no intuito de se reequilibrar, a recontextualização.

2.4 O termo situação à luz da Teoria Antropológica do Didático

Yves Chevallard, o fundador da TAD, postulou que para descrever a gênese e evolução dos objetos do saber numa instituição, para descrever as relações institucionais e pessoais com

um objeto do saber, é necessário ter um modelo descritivo desse saber, do saber-fazer e do conhecimento.

Nesse contexto, a TAD (CHEVALLARD, 1999) oferece um quadro conceitual e metodológico que permite abordar qualquer questão relacionada com a difusão do conhecimento em qualquer instituição como uma questão sistêmica, uma vez que essa teoria se inscreve na continuação da teoria da transposição didática (CHEVALLARD, 1992), colocando o saber escolar nas suas relações com outras formas de saber e a sociedade.

A TAD considera que o papel da didática é estudar a didática que se faz presente, cada vez que um indivíduo faz algo para fazer um outro indivíduo, representado por x , aprender um determinado objeto do saber. Um sistema didático é estabelecido em torno do estudo de uma certa questão, então o objetivo é fornecer uma resposta para esta questão, que é chamada de obra.

No entanto, como os sistemas didáticos normalmente envelhecem, a questão perde-se de vista e a resposta permanece como sua única razão de ser. Por este motivo a TAD estuda a difusão na sociedade de complexas de praxeologias ou de partes destas praxeologias. De fato, essa teoria coloca o sistema didático numa escala de codeterminação didática (CHEVALLARD, 2002, 2007). Esta escala permite colocar o sistema didático e a praxeologia que nele é transmitida em um conjunto de lugares precisos, cada um trazendo um conjunto de condições e restrições particulares.

A TAD considera que a matemática, química, física, geografia, história como qualquer atividade humana, é produzida, difundida, praticada, ensinada ou aprendida pelas pessoas dentro das instituições sociais das quais são as disciplinas. Para explicar o que as pessoas fazem dentro das instituições, a TAD postula que toda a atividade humana pode ser modelada em termos de praxeologia $[T/\tau/\theta/\Theta]$, sendo a componente *práxis* $[T/\tau]$ descreve as técnicas τ para a realização de certos tipos de tarefas T . Enquanto o componente *logos* $[\theta/\Theta]$ descreve as tecnologias θ que são os discursos que visam descrever, explicar, legitimar, produzir as técnicas implementadas; essas tecnologias fazem parte das teorias Θ que as legitimam (Farias, 2010).

Para Otero (2010, p.6), o termo situação, na TAD, é considerado como

uma situação social em que alguém ou, mais geralmente, algum corpo (pessoa ou instituição) planeja fazer (ou faz) algo para fazer isso uma ou alguma instância X aprende algo, isto é, consegue ter [...] um conjunto R de respostas

A NOÇÃO DE SITUAÇÃO FACE AS TEORIA E ABORDAGENS DA DIDÁTICA
DAS CIÊNCIAS: CAMPOS CONCEITUAIS, SITUAÇÕES DIDÁTICAS,
DIALÉTICA FERRAMENTA-OBJETO E JOGO DE QUADROS E
ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

satisfatórias” para um conjunto Q de questões que surgem ou serão feitas a ela.

Para se criar uma situação, na perspectiva da TAD, consideramos, em uma instituição (I), os atores X - estudante ou grupo de estudantes, Y - diretores de estudos e Q uma questão de investigação formam um sistema didático $S(X;Y;Q)$ que tem a intenção de investigar essa grande questão Q , que deriva em outras questões, em que Y dirige X no intuito de conduzi-lo a respostas R , por meio do estudo de obras O . Essa cadeia de intenções e gestos didáticos formam o que Chevallard (2014) denominou de sistema Herbatiano

$$\left[S(X;Y;Q) \rightarrow \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_m^\diamond, O_{m+1}, \dots, O_n, Q_{n+1}, \dots, Q_p, D_{p+1}, \dots, D_q\} \right] \rightarrow R^\heartsuit$$

sendo $M = \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_m^\diamond, O_{m+1}, \dots, O_n, Q_{n+1}, \dots, Q_p, D_{p+1}, \dots, D_q\}$ o meio de intenções e gestos criados no intuito de se produzir R^\heartsuit . Nesse contexto, é essencial promover uma análise acerca dos sistemas didáticos nas situações e compreender sob quais condições e restrições esses sistemas didáticos vivem (e são distribuídos em diferentes níveis) nas instituições, por meio dos níveis de codeterminação didática, conforme a Figura 1 abaixo.

Figura 1 - Os níveis de codeterminação didática proposto por Otero

Civilização ↔ Sociedade ↔ Escola ↔ Pedagogia ↔ Disciplina ↔ Setor ↔ Tema ↔ Assunto

Fonte: Otero (2010, p. 7)

2.5 A integração dos elementos que estruturam uma situação

Todos os elementos supracitados que estruturam uma situação, em cada aporte teórico da didática da matemática, são sintetizados por Otero através do Quadro 1. Dessa forma, a autora mostra a cautela e o rigor que deve ser observado durante a construção de uma situação consoante a abordagem teórica escolhida para desenvolver uma investigação.

Quadro 1 – Representação dos elementos estruturantes e características de situação didática nas teorias da Didática das Ciências

Elementos essências nas teorias	Teorias da Didática das Ciências			
	TCC	TSD	DFO	TAD
Componentes de Situações	Professor (P)- estudante (E)- problemas (questões) Tarefas complexas	Professor- estudante - problemas – sistema educativo	Professor- problemas – meio - sistema educativo	Instituição professor (Y), instituição estudante (X), Perguntas (Q), Meio (M), Tarefa/Tipo de Tarefas

A NOÇÃO DE SITUAÇÃO FACE AS TEORIA E ABORDAGENS DA DIDÁTICA
DAS CIÊNCIAS: CAMPOS CONCEITUAIS, SITUAÇÕES DIDÁTICAS,
DIALÉTICA FERRAMENTA-OBJETO E JOGO DE QUADROS E
ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Definição	Conjunto de tarefas complexas. Variação e história	Interação dupla (E / M) e (E / P)	Situação-Problema	Situação social $[S(X;Y;Q) \rightarrow \{R_1^0, \dots, R_m^0, O_{m+1}, \dots, O_n\}]$ $\rightarrow R$
Classificação das Situações	Epistemológico/ Psicológico	Epistemológico. Ação Formulação Validação Institucionalização	Epistemológico Antigo Pesquisa Explicação Institucionalização Familiarização Complexidade	Epistemológico. Classificações de praxeologias relacionadas a tipos de tarefas
Unidade de análise	Atividade Relação Esquema-Situação Continuidades-Rupturas	Situação do modelo Interação $\left[\underbrace{(E / M)}_{\text{Situação Adidática}}, \underbrace{(E / P)}_{\text{Contrato Didático}} \right]$	Relações entre o saber acadêmico e as situações	Praxeologia local
Ensino	Mediação de situação	Intenção didática Devolução Institucionalização	Objeto-ferramenta Antigo-novo Conjuntos de quadros	Auxílios de estudo de situação de gerenciamento de estudo
Aprendizagem	Campo conceitual Esquemas - FO-FP	Institucionalização Saber	Desequilíbrios Reequilíbrios Descontextualização Recontextualização	Praxeologia R ^v
Mediação	Todo o tempo	Interação (E / P) Contrato didático	Engenharia didática e relação professor-estudante	Alimentar uma apresentação
Relação	Esquema-Situação	Situação-Conhecimento	Situação - DFO e jogos de quadros	Praxeologia-Situação

Fonte: Otero (2010, p. 9, tradução nossa)

A análise dos trabalhos escolhidos para verificar como cada elemento que compõe a elaboração e o uso de uma situação foi fundamentada nas ideias propostas por Otero (2010), descritas no Quadro 1. A partir dessas observações foi selecionada uma pesquisa para cada quadro teórico a fim de compreender e analisar esses elementos que alicerçam uma situação.

3 METODOLOGIA

Esta investigação é de natureza qualitativa (GUARNICA, 2001) já que prevaleceu os dados descritivos com ênfase no processo da manipulação dos elementos essenciais das teorias

A NOÇÃO DE SITUAÇÃO FACE AS TEORIAS E ABORDAGENS DA DIDÁTICA
DAS CIÊNCIAS: CAMPOS CONCEITUAIS, SITUAÇÕES DIDÁTICAS,
DIALÉTICA FERRAMENTA-OBJETO E JOGO DE QUADROS E
ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

(TCC, TSD, DFO e TAD), tendo como objetivo analisar com algumas pesquisas abordam esses elementos em suas respectivas investigações.

Essa análise foi estruturada através da *dialética média-meio* (Chevallard, 2007, 2016; KIDRON *et al.*, 2014), de forma que a *média* pode ser compreendida como qualquer produção científica ou seja, o corpus constituído por dissertações e teses que possuam uma intenção de utilizar/abordar os elementos das teorias da didática das ciências no intuito de difundir um conhecimento/informação, que mesmo abordando o mesmo objeto possui(em) questão(ões) de investigação(ões) distintas. O *meio* pode ser concebido como a estrutura organizada a fim de verificar como os pesquisadores, em formação, utilizam os elementos essenciais das teorias supracitadas no desenvolvimento de suas respectivas investigações. Nesse contexto, observa-se que um fragmento do meio são os elementos essenciais das respectivas teorias, apresentados no Quadro 1, por Otero (2010).

Nesse contexto, primeiramente, identificamos o conjunto de trabalhos publicados, ao visitar o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (CTDC), e nesse ínterim, utilizamos o nome de cada teoria como descritor e restringimos a área de concentração focada no Ensino de Ciências e Matemática. Os resultados dessa busca estão dispostos no Quadro 2. Posteriormente, uma seleção desses trabalhosⁱⁱⁱ, em sua maioria conduzidos por um dos autores, foi eleita a fim de apresentar uma discussão entre o rigor teórico sobre uma situação, de acordo com a proposta por Otero, e as pesquisas publicadas. Durante essa seleção, os trabalhos apresentados possuem um conjunto de elementos que são coerentes e outros que não foram contemplados durante o processo de construção de uma resposta para uma questão de investigação.

Quadro 2 – Amostra dos trabalhos encontrados no CTDC, de acordo com cada teoria da DM

Teoria	Amostra de acordo com o tipo de formação continuada		
	Mestrado	Doutorado	Total
TCC	81	33	114
TSD	69	30	99
DFO-JQ	7	2	9
TAD	86	69	154

Fonte: Os autores.

4. A análise da situação e dos elementos estruturantes das teorias da didática da matemática nas mídias

A análise foi estruturada na ordem proposta por Otero, no Quadro 1, já que há uma série de conceitos e elementos interdependentes entre os aportes teóricos que já foram considerados pela autora.

4.1 Análise da situação em uma mídia a Luz da Teoria dos Campos Conceituais

A mídia selecionada para a análise, a luz da TCC, foi desenvolvida por Rezende (2013) que estudou os conhecimentos mobilizados por estudantes, brasileiros e franceses, do Ensino Fundamental II, Médio e da Licenciatura em Matemática, relacionados aos números irracionais. As questões dessa investigação foram

Quais os conhecimentos mobilizados por estudantes brasileiros que finalizam o Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior de Matemática, e por estudantes franceses que finalizam Collège, Lycée e Licence en Mathématiques, mediante situações relacionadas ao Campo Conceitual dos números irracionais? Quais as semelhanças e diferenças percebidas no desempenho de estudantes brasileiros e franceses, em relação aos níveis de escolarização semelhantes? (REZENDE, 2013, p.94)

Já o objetivo dessa pesquisa foi “analisar os conhecimentos mobilizados por estudantes brasileiros e franceses, finalistas de cada nível de ensino investigado, relacionados ao conceito de número irracional” (REZENDE, 2013, p.95).

Para conseguir responder as questões de investigação e efetivar o objetivo, a autora utilizou uma combinação de tarefas elaboradas com atenção à diversidade de situações, refletindo sobre os significantes e conceitos presentes no Campo Conceitual dos números irracionais.

As atividades, propostas pela autora, utilizaram a identificação de algumas ideias base que estruturou a *definição de situação* como um conjunto de tarefas complexas complementares, de acordo como as 10 ideias base, que promoviam a variação de situações propostas, por meio de 8 atividades, e consideraram os três segmentos da educação (fundamental, médio e superior). Nesse contexto, as atividades foram propostas nas perspectivas da

[...]construção do conceito dos números irracionais está relacionada ao conjunto das situações que envolvem equações algébricas de grau maior ou

A NOÇÃO DE SITUAÇÃO FACE AS TEORIA E ABORDAGENS DA DIDÁTICA
DAS CIÊNCIAS: CAMPOS CONCEITUAIS, SITUAÇÕES DIDÁTICAS,
DIALÉTICA FERRAMENTA-OBJETO E JOGO DE QUADROS E
ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

igual a 2, calculadora e a decimalização dos números, números racionais, conceitos de infinito, potências, raízes (quadradas, cúbicas, etc.), teorema de Pitágoras, medidas de segmentos, figuras geométricas (quadrado, círculo, etc.), entre outras (REZENDE, 2013, p. 59).

Diante disso, a atividade 1 da pesquisa de Rezende, apresentada na Figura 1, de acordo com o meio, proposto por Otero, indica a presença de *componentes de situações* ao verificar as relações entre professor-estudante-problemas, através da *mediação*, representados por tarefas complexas complementares, ao identificar que a questões 2 complementa a questão 1, e assim por diante.

Figura 2 – Situação, da atividade 1, apresentada na investigação de Rezende.

Atividade 1
<p style="text-align: center;">Questões do bloco I</p> <p>1) Você acha que o número 1 e o número 2 existem? Você poderia justificar para quê servem estes números?</p> <p>2) E quanto aos números representados nos cartões, você acha que eles existem?</p> <p>3) Você falou que os números 1 e 2 servem para.... E esses números representados nestes cartões, pra que você diria que eles servem?</p> <p>4) Você se lembra dos conjuntos numéricos? Você poderia classificar os números representados nos cartões em racional, irracional ou nem racional nem irracional?</p> <p>5) Imagine a quantidade de grãos de arroz que você já comeu na sua vida. Você acha que se trata de uma quantidade finita ou infinita? Por que você acha isto?</p> <p>6) E sobre a quantidade de grãos de arroz que você ainda vai comer na sua vida. Você acha que será uma quantidade finita ou infinita? Por quê?</p> <p>7) Você poderia me dizer o que significa os três pontinhos “...” que aparecem em determinados números, tais como nos números 0,333... e 0,101001000...</p> <p>8) Você acha que existem mais casas decimais (mais quantidades de números 3) no número 0,333... ou mais grãos de arroz que você ainda vai comer na sua vida? Por quê?</p> <p style="text-align: center;">Questões do bloco II</p> <p>9) Você saberia dizer se existem mais números racionais ou mais números irracionais. Por quê?</p> <p>10) Você já estudou sobre conjuntos enumeráveis e não - enumeráveis?</p> <p>11) Você sabe me dizer se o conjunto dos números racionais é enumerável ou não enumerável? Por quê?</p> <p>12) E o conjunto dos números irracionais, você acha que ele é enumerável ou não enumerável? Por quê?</p>

Fonte: Rezende (2013, p. 111)

Nesta atividade, a autora levou em consideração a participação mediada de cada um dos estudantes no decorrer das entrevistas, seus sucessos, hesitações, fracassos e teoremas em ação, verdadeiros e falsos.

Na atividade 1, as situações possuem certo grau de complexidade, que foram estruturadas após uma *análise epistemológica* dos documentos oficiais, livros didáticos correspondentes a cada segmento no intuito de considerar a vivência dos estudantes com as situações propostas para cada segmento que estuda ou já estudou e, assim, poder identificar as *rupturas e continuidades* para a compreensão dos números racionais. A *unidade de análise* pode ser observada na situação 8 já que a autora faz uma comparação entre um número racional e irracional e compara “[...] não reconhecem as caracterizações de números racionais e irracionais relacionados à possibilidade ou não de se representar um número como a razão entre dois inteiros, assim como a questão da periodicidade ou não de um número” (REZENDE, 2013, p.119-120).

Para cada atividade, as análises foram realizadas, primeiramente, considerando as respostas dos estudantes brasileiros, com o objetivo de apresentar os desempenhos conceituais desses estudantes conforme avançam e finalizam os níveis de escolarização: Ensino Fundamental, Ensino Médio, Curso de Matemática. Destacando, quando possível, categorias e indicativos de teoremas em ação implícitos em suas respostas. (REZENDE, 2013, p.119-120).

Identificamos ainda que o *ensino* foi realizado pela mediação entre o professor e os estudantes, de forma integral, no intuito de compreender como se atribuiu relação *situação-esquema*, por meio da modificação, a partir do conjunto de situações, dos teoremas em ação em teoremas em ato. Já aprendizagem, nessa investigação, promoveu “[...] análise das respostas possibilitou perceber algumas semelhanças entre a significação que os estudantes atribuem aos signos representados nos cartões e indicativos de teoremas em ação[...]associadas a teoremas em ação implícitos nas respostas dos estudantes”. (*Ibid.*)

Esta estruturação das atividades, além de permitir analisar os conceitos mobilizados pelos estudantes e de identificar, possivelmente, os teoremas em ação mobilizados no decorrer das entrevistas, permitiu perceber o desempenho dos estudantes entrevistados no decorrer da escolarização, ou seja, as diferenças conceituais apresentadas pelos estudantes que estão finalizando o ensino fundamental, médio e superior, em especial, em Matemática, corroborando um dos objetivos específicos desta pesquisa.

Diante desse contexto, a investigação proposta à luz da TCC, conseguiu responder à questão de investigação diante do ensino mediado que foi essencial para a conceitualização dos números irracionais, a partir da promoção de situações, vinculadas aos aspectos epistemológicos e psicológicos, que contenham questões que não possuem uma resposta óbvia (não-triviais) pode conduzir o estudante a conceituar, compreender o saber possibilitando a compreensão do saber pelos estudantes.

4.2 Análise da situação à luz da Teoria das Situações Didáticas

A *mídia* construída por Carvalho (2015) apresenta a seguinte questão de investigação “Como os professores do 6º ano integram em suas escolhas didáticas uma proposta de criação e resolução de problemas matemáticos sobre a adição de números fracionários à luz da Teoria das Situações?” (CARVALHO, 2015, p. 28) e objetivo “compreender como professores de matemática do 6º ano integram em suas práticas a criação e resolução de problemas à luz das situações didáticas” (CARVALHO, 2015, p. 81).

Para tanto, o autor caracteriza uma situação como “[...] um jogo de interações dos estudantes com os problemas propostos pelo professor” (CARVALHO, 2015, p. 68). Esse jogo de interações indica as trocas entre professor-estudante e estudante-meio, no intuito de receber alguma informação que o possibilite formalizá-la.

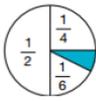
Nesse sentido, a atividade 1, apresentada na figura 2, da seção de estudos acerca da criação de problemas matemáticos indica que a proposta de construção de tarefas apresentou os elementos que compõe uma situação como as tarefas elaboradas pelo professor para os estudantes estruturadas pelo sistema educativo (epistemologia do saber, documentos oficiais, livro didático, etc.). Essas tarefas permitiram que as professoras que participaram da investigação pudessem integrar “[...] entre suas escolhas didáticas para ensinar determinado saber, a criação na resolução de problemas matemáticos, promovidos pelas mudanças nos valores das variáveis didáticas^{iv} presentes nos livros didáticos”.

Figura 2 - Atividade 1 sobre criação de problemas matemáticos.

CRIAÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

1) Vamos fazer algumas criações por modificações

(PUC-SP) A parte colorida representa que fração do círculo?



I. Quais ideias de número fracionário estão presentes nessa tarefa?

II. Agora vamos tentar escrever um problema no contexto matemático, e extra matemático, utilizando a ideia de fração como medida.

Um exemplo: Quantas vezes a parte azul cabe na parte da figura que representa $\frac{1}{2}$?

Fonte: Carvalho (2015, p. 209)

Já na figura 3 que mostra uma tarefa criada, por uma das três professoras (P1) participantes da investigação (P1).

Figura 3 – Tarefa criada pela professora P1

Tarefa 1 – Criação de P1: *Dois amigos foram a uma pizzeria e pediram uma pizza grande. Pedro comeu $\frac{1}{4}$ da pizza, Enzo comeu $\frac{1}{6}$. Que fração representa parte da pizza que os dois comeram?*



Figura 17 – Representação de uma pizza utilizada na tarefa proposta por P1.
Fonte: www.escolakids.com

Variáveis didáticas:

- V2 (valores: trabalho em dupla, confrontação de estratégias);
- V3 (valor: círculo);
- V4 (Valor: número fracionário com denominador diferente).

Fonte: Carvalho (2015, p. 113)

Essa situação foi proposta pela interação entre Estudante-Meio (E-M) e pela variável didática V2 (trabalho em dupla) e pela integração Estudante-Professor (E-P) com a confrontação das estratégias. Estas estratégias foram classificadas de acordo com a epistemologia apresentada pelos estudantes, ou seja, durante a ação, houveram propostas mais operacionais. Já na formulação, os estudantes E apresentaram a mobilização dos conhecimentos já adquiridos ao compreender o problema para formular as hipóteses levantadas por eles. A

variável V3 impulsiona essa formulação. Já a *validação*, representou a (re)afirmação das hipóteses formuladas, que após a confrontação, foi *institucionalizada* pela professora P1.

Outro aspecto importante foram as análises baseadas tanto nas situações quanto no contrato didático, da relação entre E-P (*mediação e análise*) que institui algumas prescrições para o desenvolvimento do ensino, para além dos exercícios comuns, caracterizados nos livros didáticos como exercícios de fixação.

Ressaltamos que tanto a questão quanto o objetivo da investigação possibilitou perpassar por todos os elementos essenciais da TSD, mesmo que alguns estejam implícitos, como a *intensão didática* (P), na criação de situações, quanto na *devolução* (E), a carta de aceite afirmando a intenção de participar do processo de (re)construção de seus conhecimentos nas instituições

4.3 Análise da situação à luz da dialética ferramenta objeto e jogo de quadros

Neste sentido, visitamos a mídia desenvolvida por Cavalcanti (2020) que estudou as inter-relações entre a matemática, por meio da Equação Diferencial Ordinária (EDO) linear, e a física (eletromagnetismo) para construção dos conceitos apresentados na disciplina de Circuitos Elétricos I, por meio da Engenharia Didática clássica (Artigue, 1988), viabilizado pela relação entre professor, por meio da elaboração de situações, e estudante, mobilizando seus conhecimentos para responder essas situações.

O trabalho dessa autora teve como questão “quais são os impactos que uma engenharia didática que considera articulação dos ostensivos e não ostensivos, no processo de matematização da Física na resolução de tarefas sobre circuitos elétricos rl, rc e rlc em cc?” (CAVALCANTI, 2020, p. 18) e como objetivo analisar, constituir, experimentar e apresentar sequências didáticas através da disciplina Circuitos Elétricos I que considerem as inter-relações da matemática e da física, bem como fornecer elementos empíricos encontrados no trabalho dos estudantes na aprendizagem de circuitos elétricos com resistor e capacitor, resistor e indutor e resistor indutor e capacitor em regime de corrente constante (CC) (CAVALCANTI, 2020, p. 18).

No intuito de elucidar a questão de investigação e efetivar o objetivo, a autora propôs realização de situações contendo os circuitos em estudo e seus respectivos conceitos, integrando física a matemática.

A NOÇÃO DE SITUAÇÃO FACE AS TEORIA E ABORDAGENS DA DIDÁTICA
DAS CIÊNCIAS: CAMPOS CONCEITUAIS, SITUAÇÕES DIDÁTICAS,
DIALÉTICA FERRAMENTA-OBJETO E JOGO DE QUADROS E
ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Nesse sentido, selecionamos a atividade 3 da investigação proposta pela autora, conforme a figura 4. Para resolver a situação, o estudante teve que mobilizar seus conhecimentos prévios adquiridos na Física e na matemática, ou seja, o estudante revisou conhecimentos antigos (*ferramenta*), pesquisou, explicou durante a construção de sua resposta que, após a validação do professor foi institucionalizada. No decorrer foi elaborada outra atividade, a Atividade 4, representada na figura 5, como familiarização no intuito de propor um novo problema. Os conhecimentos gerados pelos estudantes formaram um novo *objeto*, que no futuro, será *ferramenta* para novos *objetos*.

Figura 4 – Atividade 3 da investigação de CAVALCANTI.

Atividade 3: O circuito da figura 1 tem a função de carregar o capacitor. A chave do circuito foi mantida por um longo tempo fechada. Em $t = 0$ a chave é aberta.

c) Determine a expressão para tensão e corrente no capacitor.

d) Plote os gráficos $v(t) \times t$ e $i(t) \times t$

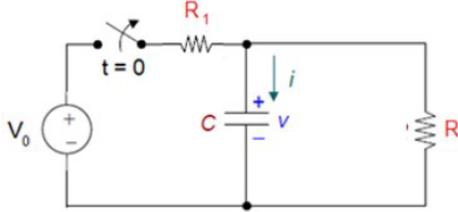


Figura 1 – Circuito rc

Fonte: Cavalcanti (2020, p. 209)

Figura 5 – Atividade 4 da investigação de CAVALCANTI.

Atividade 4: A chave do circuito envolvendo resistor, indutor e capacitor (RLC) em série Fig.1, foi mantida fechada por um longo tempo até ser aberta em $t = 0$.

a) Descrever os conhecimentos que você julga necessário para obter a fórmula da tensão no capacitor em função do tempo.

b) Descrever os procedimentos operacionais padrão para a realização da atividade.

c) Obter a equação da corrente $i_C(t)$ no capacitor, em função do tempo.

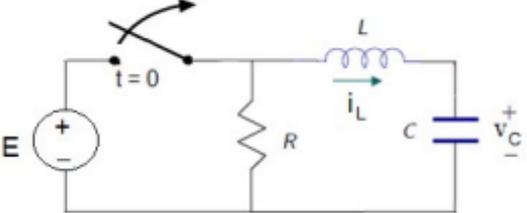
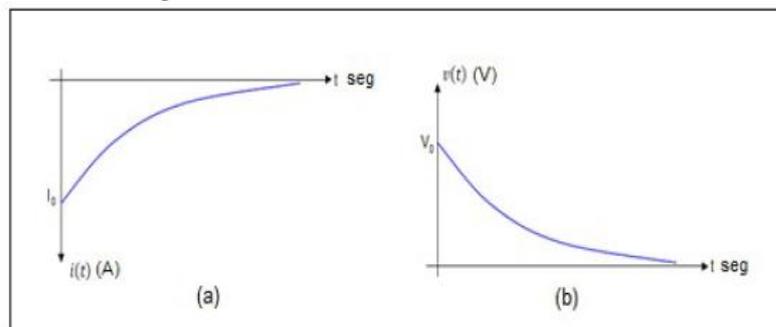


Figura 1 - Circuito RLC série

Fonte: Cavalcanti (2020, p. 210)

Ainda na atividade 4, observamos o jogo de quadros proposto pela autora, saindo do quadro algébrico (item (c)) para o quadro gráfico (item (d)), conforme a figura 6.

Figura 6 - Gráficos entre $v(t) \times t$ e $i(t) \times t$



Fonte: Calvalcanti(2020, p.107)

A proposta de construir, no estudante, uma correspondência de mesmo significado para o conceito em quadros diferentes enriqueceu o problema proporcionando ao estudante um meio de pesquisa, meio científico, para responder efetivamente o problema.

Nesse sentido, o ensino de situações na perspectiva da DFO, deve possibilitar ao estudante resgatar os conhecimentos já adquiridos, com desequilíbrios e reequilíbrios, no processo de descontextualização, revisitando a epistemologia do saber, pesquisando e construindo as relações entre o saber científico e as situações, por meio da recontextualização.

4.4 Análise da situação a luz da Teoria Antropológica do Didático

A mídia selecionada para a análise a luz da TAD foi o trabalho desenvolvido por Neves (2020) que tinha como questão de investigação: “de que forma é possível elaborar um Modelo Didático de Referência para favorecer a articulação do aspecto decimal ao posicional do Sistema de Numeração Decimal no 5º ano?” (NEVES, 2020, p. 54) e objetivo “investigar como um Modelo Didático de Referência (MDR), baseado na abordagem da atividade de estudo e pesquisa (AEP), pode integrar o aspecto decimal ao posicional no *logos* das praxeologias dos estudantes no trabalho com sistema de numeração decimal no 5º Ano”. (*ibid.*)

O autor estudou a integração do aspecto decimal ao posicional no *logos* das praxeologias, ou seja, nos elementos que justificam a escolha de uma tarefa bem com uma técnica para a resolução dessa tarefa, no trabalho com sistema de numeração decimal com os

estudantes no 5º Ano. Esses elementos, Tipos de tarefas (T), técnica (τ), tecnologia (θ) e teoria (Θ) são as quatro noções básicas da praxeologia, que pode ser compreendida como qualquer ação humana para realizar algo (uma tarefa).

Para tanto, o autor utilizou as AEPs (CHEVALLARD, 2004, 2005, 2006), que são atividades de investigação matemáticas para analisar as Organizações Praxeológicas ou Organizações Matemáticas Locais (OML), ou seja, que tinham vários tipos de tarefas e técnicas justificadas por uma tecnologia e teoria [T_{ij} , τ_{ij} , θ , Θ] a fim de integrar a *práxis* [T , τ] ao *logos* [θ , Θ].

Nesse contexto, selecionamos a AEP 2, apresentada na figura 6, da investigação supracitada, elaborada por um professor ou pesquisador (Y), em uma instituição (I) a fim de propor uma questão Q , que pode gerar outras questões, para que um estudante (x) ou uma classe de estudantes (X) possa responder utilizando as Obras^v O , ou seja, o investigador promoveu um *meio* M , estruturado a partir de uma abordagem epistemológica que permitiu a classificação de praxeologias pontuais OM_{card} e OM_{trad} , que levaram em consideração a cardinalidade dos números e a tradução ou diversas formas de escrever um número, e que estruturou a OML.

Figura 7 - Atividade 2 da investigação proposta por Neves.

COMPREENDENDO A CONVERSÃO E A DECOMPOSIÇÃO NO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

Nesta atividade, vamos usar informações sobre o princípio decimal do Sistema de Numeração Decimal. Nesse sentido, propomos a contagem numérica de uma coleção, privilegiando a conversão e a decomposição entre os números decimais usando palitos por meio da seguinte da AEP 1: *Quantos palitos há nessa coleção?*

(a) Quantos palitos há nessa coleção?

(b) Qual a quantidade de palitos agrupados por dezenas há nessa coleção?

(c) Qual a quantidade de palitos agrupados por centena há nessa coleção?

(d) Qual a quantidade de palitos agrupados pela classe dos milhares há nessa coleção?

(e) Quais as conversões possíveis para representar essa coleção?

(f) Essas conversões representam a mesma quantidade de palitos dessa coleção?

(g) Qual é a decomposição desse número que representada a quantidade de palitos dessa coleção?

(h) Como essa coleção pode ser representada em potências de 10?

Fonte: Neves (2020, p. 312)

Nesse contexto a questão Q (da atividade 2) “Quantos palitos há nessa coleção?” possibilitou a criação de outras questões, conforme a Figura Figura 7. Por exemplo, para responder a questão (a), a análise praxeológica realizada foi:

Caso realizasse a contagem de dez em dez:

A técnica (τ_1) seria: Contar em unidades numéricas formando pacotes de 10 e contar em números de dezenas.

$$1+1+\dots+1=10(1 \text{ pacote de } 10) \rightarrow 1 \text{ dezena}$$

$$1+1+\dots+1=10(2 \text{ pacote de } 10) \rightarrow 2 \text{ dezenas}$$

⋮

$$1+1+\dots+1=10(150 \text{ pacote de } 10) \rightarrow 150 \text{ dezenas}$$

Uma outra técnica (τ_2) seria: Contar em unidades numéricas formando pacotes de 100 e contar em números de centenas.

A NOÇÃO DE SITUAÇÃO FACE AS TEORIA E ABORDAGENS DA DIDÁTICA
DAS CIÊNCIAS: CAMPOS CONCEITUAIS, SITUAÇÕES DIDÁTICAS,
DIALÉTICA FERRAMENTA-OBJETO E JOGO DE QUADROS E
ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

$$1+1+\dots+1=100(1 \text{ pacote de } 100) \rightarrow 1 \text{ centena}$$

$$1+1+\dots+1=10(2 \text{ pacote de } 100) \rightarrow 2 \text{ centenas}$$

$$\vdots$$

$$1+1+\dots+1=10(15 \text{ pacote de } 100) \rightarrow 15 \text{ centenas}$$

Ambas as técnicas projetaram o quadro 3 seguinte:

Quadro 3 - Praxeologia do tipo de tarefas $T_{C_ENS.Vale.10k}$ (contagem de dez em dez ou cem em cem).

$T_{C_ENS.Vale.10k}$	(Contar uma coleção grande em escrita numérica simples; $V1=[1, \dots, 10000]$; $V2=Sim$; $V5=aleatória desorganizada$).
$\tau_{C_ENS.Vale_10k.2}$	<ul style="list-style-type: none"> - $T_{Gr.dez}$: Formar grupos de dez. - $T_{Conv.OrdemSup}$: Converter para a unidade superior uma unidade em que a unidade numérica seja maior que 9. - T_{CUNC}: Contar em unidades de numeração composta pelo número das dezenas. - $T_{Trad.ENM/ENS}$: Traduzir a escrita numérica nos manipuláveis (ENM) para a escrita numérica simples (ENS). - $T_{Conv.ENC/ENS}$: Converter da escrita numérica composta (ENC) para a escrita numérica simples (ENS).
$\theta_{C_ENS.Vale_10k.2}$	<ul style="list-style-type: none"> - θ_D: (aspecto Decimal) Dez unidades de uma certa ordem são iguais a uma unidade da próxima ordem superior. - θ_{CUNC}: “Correspondência de termo a termo”, “Sequência estável”, “Abstração”, “Indiferença de ordem”. - θ_{Card}: O último número da palavra representa o número de itens na coleção (cardinalidade). - $\theta_{NE/NF}$: Ligação entre a numeração escrita e falada.
$\Theta_{C_ENS.Vale_10k.2}$	Aritmética Elementar.
$\tau_{C_ENS.Vale_100k}$	<ul style="list-style-type: none"> - $T_{Gr.cem}$: Formar grupos de cem. - $T_{Conv.OrdemSup}$: Converter para a unidade superior uma unidade em que a unidade numérica seja maior que 9. - T_{CUNC}: Contar em unidades de numeração composta pelo número das centenas. - $T_{Trad.ENM/ENS}$: Traduzir a escrita numérica nos manipuláveis (ENM) para a escrita numérica simples (ENS). - $T_{Conv.ENC/ENS}$: Converter da escrita numérica composta (ENC) para a escrita numérica simples (ENS).
$\theta_{C_ENS.Vale_100k}$	<ul style="list-style-type: none"> - θ_D: (aspecto Decimal) Dez unidades de uma certa ordem são iguais a uma unidade da próxima ordem superior. - θ_{CUNC}: “Correspondência de termo a termo”, “Sequência estável”, “Abstração”, “Indiferença de ordem”. - θ_{Card}: O último número da palavra representa o número de itens na coleção (cardinalidade). - $\theta_{NE/NF}$: Ligação entre a numeração escrita e falada.
$\Theta_{C_ENS.Vale_100k}$	Aritmética Elementar.

Fonte: Neves (2020, p. 226)

A relação de ensino foi baseada no estudo de situações em que o estudo foi gerenciado por Y, proporcionando a X construir sua resposta R♥.

Nesse sentido, reafirmamos que o ensino de situações na perspectiva da TAD, deve promover um modelo de ensino que promova X a questionar as situações que são apresentadas a ele, ou seja, questionar o mundo. Para tanto, é fundamental que o Y promova situações modifique o *topos* do estudante, de receptor de saberes (passivo) para o próprio construtor do seu conhecimento (ativo).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho de Otero possibilita-nos compreender que a noção de situação é fundamental para as investigações em Didática das Ciências, em especial, para as pesquisas alicerçadas na TCC, TSD, DFO e TAD, uma vez que tanto a noção como os elementos principais que norteiam uma situação, conseqüentemente, estruturam as teorias supramencionadas. Logo, devem ser o rigor e os critérios para elaboração de uma situação, mesmo em pesquisas que investigam o mesmo objeto, mas divergem de acordo com a questão e o objetivo de pesquisa.

Muitos desses elementos, que integram as situações, estão implícitos nas investigações, em especial, as relações e os processos de aquisição de conhecimento. Nesse contexto, as interações e mediações são condições essenciais fundamentais para a explicitação do desenvolvimento dos estudantes e, conseqüentemente, do avanço tanto da prática didática do professor quanto do cognitivo do estudante.

Logo compreender a função de investigação, materializada na questão e objetivo de investigação, poderia permitir ao pesquisador selecionar um quadro teórico ou integrar um ou mais quadros desde que as particularidades de cada quadro sejam preservadas, mantendo suas respectivas estruturas teóricas já que as respostas, construídas durante a investigação, devem promover discussões científicas, institucionais e sociais relevantes, uma das funções da Didática das Ciências.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007. 218 p.

_____. As transformações do saber científico ao saber ensinado: o caso do logaritmo. **Educar em Revista**. Curitiba: Editora UFPR. N. Especial 1/2011, 2011. p. 191-210. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/er/nse1/13.pdf>>. Acesso em 25 set. 2018.

_____. Contexto e contextualização nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática. **Revista Nova escola**. 01 de Mar. de 2014. Disponível em: <<http://novaescola.org.br/fundamental-1/contexto-contextualizacao-processos-ensino-aprendizagem-matematica-784403.shtml>>. Acesso em: 10 out. 2018

ALTET, M. **Les pédagogies de l'apprentissage**. Paris: PUF, 1997.

AZEVEDO, E. D. H. Apresentação do Trabalho Montessoriano. In: **Ver de Educação e Matemática**. N. 3, 1979. p. 26-27

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico**: contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Tradução: Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto. 1996. 316 p.

BROUSSEAU, G. Exposé au colloque “L’analyse de la didactique des mathématiques” (13-15 março de 1975). **Anais publicados pelo IREM de Bourdeux**. 1975.

_____. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. **Recherches em Didactique des Mathématiques**. Grenoble, v. 7, n. 2, 1986. p. 33-116.

BROUSSEAU, G., CENTENO, J. **Nécessité de l’analyse de la mémoire du système didactique et de son fonctionnement pour résoudre les problèmes interniveau scolaires**. Unpublished Communication at the 6 th. ICME. Budapest. 1988.

Brousseau, G. *Théorie des situations didactiques* (Textes rassemblés et préparés par Nicolas Balacheff, Martin Cooper, Rosamund Sutherland, Virginia Warfield). **Recherches em didactiques des mathématiques**. V. 26 N. 2. Grenoble: La pensée sauvage. 1998. p. 470-472. Disponível em: <<http://id.erudit.org/iderudit/000137ar>>. Acesso em 25 jul. 2018.

BROUSSEAU, G. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. **Recherches em Didactique des Mathématiques**. Grenoble, v. 7, n. 2, 1986. p. 33-116.

_____. Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996a. Cap. 1. p. 35-113.

_____. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (org). **Didática da Matemática: Reflexões Psicológicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996b. Cap. 4. p. 48-72.

A NOÇÃO DE SITUAÇÃO FACE AS TEORIA E ABORDAGENS DA DIDÁTICA
DAS CIÊNCIAS: CAMPOS CONCEITUAIS, SITUAÇÕES DIDÁTICAS,
DIALÉTICA FERRAMENTA-OBJETO E JOGO DE QUADROS E
ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

_____. **Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas**. Tradução Dilma Fregona. Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2007. 125 p.

_____. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008. 128p.

CARVALHO, E. F. A integração de uma proposta de criação e resolução de problemas matemáticos na prática de professores do 6º ano. 217p. **Dissertação** (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências. Universidade Federal da Bahia. Salvador. 2015. Disponível em: <https://ppgefhc.ufba.br/sites/ppgefhc.ufba.br/files/edmo_fernandes_carvalho_dissertacao_a_integracao_de_uma_proposta_de_criacao_e_resolucao_de_problemas_matematicos_na_pratica_de_professores_do_6o_ano.pdf>. Acesso em 15 jul. 2020.

CAVALCANTI, J. F. de H. Dialética ostensiva e não ostensiva no ensino por meio de situações problema ou problemas abertos: uma engenharia didática para circuitos elétricos. 223p. **Tese** (Doutorado). Programa de Pós-graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências. Universidade Federal da Bahia. Salvador. 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufba.br/ri/bitstream/ri/32100/1/TESE_CAVALCANTI.pdf>. Acesso em 15 set. 2020.

CUNHA, A. G. da **Dicionário Etimológico da língua portuguesa**. Ed. 4. Revista pela nova ortografia. Rio de Janeiro. Lexikon. 2010. 744 p.

FARRAS, B. B.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. Las tres dimensiones del problema didáctico de la modelización matemática. In: **Educación Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.15, n.1, p.1-28, 2013. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/emp>>. Acesso em: 21 jul. 2018.

FRANCHI, A. Considerações sobre a teoria dos campos conceituais. In Alcântara MACHADO, S.D. et al. **Educación Matemática**: uma introdução. São Paulo. EDUC. (1999). p. 155-195.

FREITAS, M. N. C. Organização escolar e socialização profissional de professores iniciantes. **Cadernos de Pesquisa**, n. 115, p. 155-172, 2002.

GALVEZ, G. A didática da matemática. In: **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Parra, C.; SAIZ, I. et al. Tradução: Juan Acuña Llorens. Porto Alegre. Artmed. p.32-41. 1996.

JOHSUA, S. ; DUPIN, J. J. Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques. In: **Revue française de pédagogie**. V.109. p. 155-156. 1994. Disponível em: <www.persee.fr/doc/rfp_0556-7807_1994_num_109_1_2533_t1_0155_0000_2>. Acesso em: 20 jul. 2021.

MARANHÃO, M. C. S. A.; SENTELHAS, S. B. Práticas formativas: desenvolvimento de significados atribuídos ao número negativo e à subtração. In: SILVA A. C.; CARVALHO, M.; RÊGO, R. G. (org.). **Ensinar matemática**: formação, investigação e práticas docentes. Ed. 1. v. 1. Cuiabá. EdufMT. p. 1-12. 2012

A NOÇÃO DE SITUAÇÃO FACE AS TEORIA E ABORDAGENS DA DIDÁTICA
DAS CIÊNCIAS: CAMPOS CONCEITUAIS, SITUAÇÕES DIDÁTICAS,
DIALÉTICA FERRAMENTA-OBJETO E JOGO DE QUADROS E
ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

MIYASCHITA, W. Y; NASCIMENTO, M. C. do. Sistemas de numeração: como funcionam e como são estruturados os números. 2002. 42 p. (**Trabalho**). Faculdade de Ciências. Universidade Estadual Paulista “Júlio Mesquita Filho”. Baurú. Disponível em: <<http://www.fc.unesp.br/~mauri/TN>

NEVES, A. S. Uma proposta para o *logos* das praxeologias referentes ao ensino do aspecto decimal da numeração no 5º ano. 325 f. **Dissertação** (Mestrado). Programa de Pós-graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências). Universidade Federal da Bahia. Salvador, 2020.

OLIVEIRA, R. A. de **Caderno de atividades e jogos**: material dourado e outros recursos. Prefeitura do Município de Londrina/ PR. Secretara de Educação/ Diretoria Pedagógica.

Gerência de Ensino fundamental. 2012. 34 p. Disponível em: <http://www.londrina.pr.gov.br/dados/images/stories/Storage/sec_educacao/canal_educativo/mat_material_dourado.pdf>. Acesso em 23 jul. 2018.

OLIVEIRA, E. F. Análise didática de situações matemáticas em jogos: a importância do meio na construção de situações matemáticas com jogos. 2011. 77 p. **Monografia** (Especialização, Departamento de matemática). Universidade Católica do Salvador. Salvador.

OTERO, M. R. La Notion de Situation: analysée depuis la Théorie des Champs Conceptuels, la Théorie des Situations, la Dialectique Outil-Object et la Théorie Anthropologique du Didactique. **Revista Electrónica de Investigación em Educación em Ciencias**. V.5. N. 10. 2010. Buenos Aires. Disponível em: <<http://ppct.caicyt.gov.ar/index.php/reiec/article/view/7414/6672>>. Acesso em 30 jun. 2020.

PORTELA FILHO, R.; PORTELA, C. A. Filosofia da educação matemática: sua relevância no contexto da Educação Matemática e aspectos históricos **Cad. Pesq. São Luís**. v. 14. n. 1. jan./jun. 2003. p.46-68. Disponível em: <[http://www.pppg.ufma.br/cadernosdepesquisa/uploads/files/Artigo%20\(18\).pdf](http://www.pppg.ufma.br/cadernosdepesquisa/uploads/files/Artigo%20(18).pdf)>. Acesso em 10 out. 2018

RODRIGUES, A. E. A.; DINIZ, H. A. Sistemas de numeração: evolução histórica, fundamentos e sugestões para o ensino. **Ciência e Natura**. Santa Maria. v. 37 Ed. Especial PROFMAT. 2015. p. 578–591. Disponível em: <<https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/download/14664/pdf> >. Acesso em: 15 jul. 2018

REZENDE, V. Os conhecimentos sobre números irracionais mobilizados por estudantes brasileiros e franceses no processo escolar: um estudo com estudantes concluintes dos três níveis de ensino. 209p. **Tese** (doutorado) – Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013. Disponível em: <<http://nou-rau.uem.br/nou-rau/document/?view=vts000208126> >. Acesso em 15 jul. 2020.

RODRIGUES, A. E. A. Sistemas de numeração: evolução histórica, fundamentos e sugestões para o ensino. 2013. 167p. **Dissertação** (Mestrado (PROFMAT), Instituto de Ciências da Educação). Universidade Federal do Oeste do Pará. Santarém. Disponível

A NOÇÃO DE SITUAÇÃO FACE AS TEORIA E ABORDAGENS DA DIDÁTICA
DAS CIÊNCIAS: CAMPOS CONCEITUAIS, SITUAÇÕES DIDÁTICAS,
DIALÉTICA FERRAMENTA-OBJETO E JOGO DE QUADROS E
ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

em:<http://www2.ufopa.edu.br/ufopa/academico/pos-graduacao/banco-de-teses/profmat/profmat-turma-2011/rodrigues-aroldo-eduardo-athias/at_download/file>.
Acesso em 12 Jul. 2018.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos conceituais. In: BRUN, J. **Didáctica das matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

Notas

ⁱ No dicionário etimológico a palavra *situação* remete-se *situation*, em Francês (CUNHA, 2010, p. 600). Diante disso, visitamos o dicionário francês supracitado que apresenta diversas definições, traduzidas pelos autores. Disponível em: <<https://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/situation/72975>>. Acesso em: 15 jun. 2021.

ⁱⁱ Há algum tempo passou a ser considerada como uma área de investigação que integra a Educação Matemática, institucionalizada pelo Grupo de Trabalho 14 – GT 14, da Sociedade Brasileira de educação Matemática – SBEM.

ⁱⁱⁱ A seleção de uma amostra para cada abordagem teórica seria fundamental para uma análise mais criteriosa, mas não há, neste momento, um espaço para tal. Essa análise, sobre cada aporte teórico, será apresenta em um futuro próximo.

^{iv} As variáveis didáticas podem ser consideradas variações adotadas no desenvolvimento de situações.

^v Trabalhos já publicados como: livros didáticos, materiais didáticos instrucionais, etc.