

**ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES
DIDÁTICAS: UM CONTRIBUTO AO ENSINO DE
GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA**

INGENIERÍA DIDÁCTICA Y TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS:
UNA CONTRIBUCIÓN A LA ENSEÑANZA DE GEOMETRÍA ANALÍTICA
CON SOFTWARE O GEOGEBRA

DIDACTIC ENGINEERING AND THEORY OF DIDACTIC SITUATIONS:
A CONTRIBUTION TO TEACHING ANALYTICAL GEOMETRY WITH
THE GEOGEBRA SOFTWARE

DOI: 10.22481/rbba.v10i01.8447

Renata Teófilo de Sousa
Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará, Fortaleza, Ceará, Brasil
ID lattes: <http://lattes.cnpq.br/7651441056518267>
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5507-2691>
Endereço eletrônico: rtsnaty@gmail.com

Italândia Ferreira de Azevedo
Secretaria de Educação do Estado do Ceará, Ceará, Brasil
ID lattes: <http://lattes.cnpq.br/1154106524737471>
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4684-5397>
Endereço eletrônico: italandia@gmail.com

Francisco Régis Vieira Alves
Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará, Fortaleza, Ceará, Brasil
ID lattes: <http://lattes.cnpq.br/3288513376230522>
ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-3710-1561>
Endereço eletrônico: fregis@ifce.edu.br

RESUMO

Este artigo é oriundo de uma dissertação de mestrado em andamento, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PGECM) do Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará (IFCE) - Campus Fortaleza e financiada pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). O objetivo deste trabalho é oferecer alternativas para a prática de ensino no campo da Geometria Analítica, voltadas para a formação profissional do futuro docente de Matemática, trazendo abordagens visuais e interativas com o auxílio do software GeoGebra. Será utilizada como metodologia a Engenharia Didática articulada à Teoria das Situações Didáticas, para execução desta investigação. Deste modo, busca-se colaborar com a formação dos licenciandos em Matemática por meio da construção de situações didáticas envolvendo a Geometria Analítica, em uma abordagem que explora a visualização e compreensão com uso do GeoGebra.

Palavras-chave: Engenharia Didática; Geometria Analítica; Teoria das Situações Didáticas; GeoGebra.

RESUMEN

Este artículo proviene de una tesis de maestría en curso, del Programa de Posgrado en Enseñanza de las Ciencias y las Matemáticas (PGECM) del Instituto Federal de Ciencia y Tecnología del Estado de Ceará (IFCE) - Campus Fortaleza y financiado por el Consejo Nacional de Desarrollo de la Ciencia y Tecnología (CNPq). El objetivo de este trabajo es ofrecer alternativas para la práctica de la docencia en el campo de la Geometría Analítica, orientadas a la formación profesional del futuro profesor de Matemáticas, aportando enfoques visuales e interactivos con la ayuda del software GeoGebra. Se utilizará como metodología la Ingeniería Didáctica, vinculada a la Teoría de Situaciones Didácticas, para llevar a cabo esta investigación. De esta manera, buscamos colaborar con la formación de los estudiantes de licenciatura en Matemáticas a través de la construcción de situaciones didácticas que implican la Geometría Analítica, en un enfoque que explora la visualización y comprensión utilizando GeoGebra.

Palabras clave: Ingeniería Didáctica; Geometría analítica; Teoría de Situaciones Didácticas; GeoGebra.

ABSTRACT

This article comes from a dissertation in progress, the Postgraduate Program in Science and Mathematics Teaching (PGECM) of the Federal Institute of Science and Technology of the State of Ceará (IFCE) – *campus* Fortaleza and funded by the National Council for Scientific and Technological Development (CNPq). The objective of this work is to offer alternatives for the practice of teaching in the field of Analytical Geometry, aimed at the professional training of the future teacher of Mathematics, bringing visual and interactive approaches with the aid of the GeoGebra software. Didactic Engineering will be used as methodology, linked to the Theory of Didactic Situations (TSD), to carry out this investigation. In this way, we seek to collaborate with the training of undergraduate students in Mathematics, with the construction of didactic situations involving Analytical Geometry in an approach that explores visualization and understanding with the use of GeoGebra.

Keywords: Didactic Engineering; Analytical Geometry; Theory of Didactic Situations; GeoGebra.

1 INTRODUÇÃO

A Geometria Analítica é um campo da Matemática que permite a resolução de problemas geométricos por métodos algébricos. No entanto a compreensão deste assunto requer assimilação de uma abstração matemática pelo aluno, o que por muitas vezes é encarado de forma negativa, sendo um entrave em sua aprendizagem. Conforme Nasser (2013) a abstração matemática faz parte do processo de evolução do pensamento, porém, para que esta evolução ocorra, é necessária a reconstrução de estruturas cognitivas que permitam que o processo de ensino e aprendizagem ocorra de forma eficaz.

Segundo Alves e Pereira (2016) a própria linguagem trazida pelos livros didáticos e utilizada na transmissão conceitual da Geometria Analítica acarreta dificuldades na compreensão do assunto, sendo apresentada como se tais conceitos fossem construídos em um passo a passo, sem explorar o real significado de cada termo envolvido. A aprendizagem efetiva destes conceitos se faz necessária ao desenvolvimento do estudante, o que reforça a importância de o professor dominar este assunto, para melhor desenvoltura docente e, conseqüentemente, aprendizado de seus alunos.

ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UM CONTRIBUTO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

Nesse sentido, a problemática a ser investigada e trabalhada nesta pesquisa surge diante da dificuldade de os docentes de Matemática apresentarem uma abordagem da Geometria Analítica diferente do ensino tradicional – quadro, pincel, livro didático. Assim, questiona-se: como os futuros docentes poderiam abordar a Geometria Analítica em sala de aula, fora do viés tradicional? Tendo em vista a relevância deste assunto para o desenvolvimento dos estudantes na disciplina de Matemática, é importante que o professor busque explorá-lo com uma abordagem que traga significado, inovando sua prática por meio da tecnologia e da inter-relação entre a Geometria Analítica e outros tópicos da Matemática. Para tal, traz-se o GeoGebra como recurso que atende tais demandas.

Assim, neste artigo apresenta-se uma proposta metodológica que articula a Teoria das Situações Didáticas e a Engenharia Didática para sua concepção, com o aporte do GeoGebra para auxiliar a práxis do professor no tocante à Geometria Analítica.

A metodologia adotada para esta pesquisa é a Engenharia Didática (ED). Enfatiza-se que para este artigo utilizaram-se apenas as duas primeiras fases da Engenharia Didática – análise preliminar e análise *a priori* – por ser uma investigação em andamento. Pretende-se direcionar esta proposta metodológica a um grupo de licenciandos em Matemática que manifestem interesse em trabalhar com a Geometria Analítica fora do viés tradicional.

Deste modo, busca-se colaborar com a elaboração de novas abordagens para o ensino de Geometria Analítica, por meio de encontros formativos e discussões pautadas na contribuição do avanço deste tema, bem como do uso do software GeoGebra integrado ao Ensino de Matemática.

2 A ABORDAGEM DA GEOMETRIA ANALÍTICA NO ENSINO MÉDIO

A Geometria Analítica é tema presente no Ensino Médio, onde os estudantes se deparam com a relação entre a Geometria e a Álgebra, em busca de significado geométrico para situações algébricas, representadas por equações, aprendendo essas duas vertentes matemáticas de forma articulada e harmoniosa. Segundo Guedes (2015) é necessário lembrar propriedades estudadas em etapas anteriores para construir uma analogia entre a geometria plana e a geometria analítica.

Campos e Farias (2020) apontam que o pensamento algébrico é uma ação puramente humana, que se revela na atividade matemática por meio da instituição de relações, no processo

ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UM CONTRIBUTO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

de generalização, modelagem e operações, construindo significado para os objetos e a linguagem simbólica algébrica. Assim, o aluno precisa compreender de forma gráfica o que as equações representam e qual a relação entre suas variáveis para solucionar problemas e, para tal, é necessário relembrar tópicos estudados anteriormente, que servem de base para essa compreensão.

No entanto, segundo Halberstadt (2015) possivelmente a associação e articulação de conceitos prévios entre a álgebra e a geometria pode ser considerada uma dificuldade epistemológica na construção dos conceitos da Geometria Analítica. Acerca dos equívocos conceituais, oriundos de tais dificuldades, apontam Alves e Cavalcante (2017, p. 270):

No caso do estudante, acentuamos que a noção de “erro” pode representar a parte “visível” de um processo contínuo de acomodações e reconstruções de conhecimentos mal adaptados ou mal compreendidos, cujas raízes podem ser reportadas ao caráter intrínseco de um conhecimento científico, todavia, repercutem de modo inexorável nos conhecimentos, significados e sentidos adquiridos e incorporados progressivamente pelos estudantes. (ALVES; CAVALCANTE, 2017, p. 270).

Para que a construção do pensamento matemático transponha os obstáculos epistemológicos existentes e a aprendizagem deste assunto ocorra de maneira apropriada, é necessário que o aluno tenha desenvolvido a habilidade de fazer deduções e construir elementos essencialmente abstratos, utilizando-se destes conhecimentos prévios de forma combinada. Para isto é imprescindível a criação de enunciados bem estruturados e elaborados, que despertem a percepção geométrica dos estudantes. Segundo Alves e Pereira (2016, p. 32) “A introdução precipitada de um sistema notacional também não é indicada”, ou seja, não é interessante que o professor apresente os conceitos sem possibilitar a construção matemática dos mesmos pelos estudantes.

De acordo com Silva (2019) para explorar ideias geométricas utilizando recursos didáticos manipuláveis, o estudante precisa ser estimulado para a descoberta e construção de novas percepções, onde são oportunizadas estratégias autônomas de resoluções de problemas, utilizando essas percepções sempre que possível para o estabelecimento de relações geométricas existentes.

Para Paiva e Alves (2018) muitos estudantes consideram a Matemática como uma ciência de difícil assimilação, alegando que a abstração presente nela dificulta a aprendizagem. Isto porque muito da abstração presente na disciplina vem da forma tradicional com que os

ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UM CONTRIBUTO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

professores apresentam o conteúdo em sala de aula. Entretanto, o uso da tecnologia aliada ao ensino da Matemática é uma ferramenta de grande potencial para minimizar esse problema.

Conforme Sousa, Alves e Fontenele (2020), para que tais compreensões conceituais sejam apreendidas de forma coesa, é necessário que o docente de Matemática se atenha a três fases essenciais no processo do planejamento e execução de uma aula: a preparação ou concepção, a mediação do processo em sala de aula e a avaliação das etapas predecessoras.

Halberstadt argumenta que para o ensino de Geometria Analítica, é comum nesse processo que a metodologia do professor seja tradicional, apresentando os assuntos de forma linear, sendo esta área fragmentada em diversos tópicos, geralmente não retomados ou associados, exceto quando há relação entre figuras geométricas distintas (ponto e reta, reta e circunferência, duas circunferências, entre outros casos). Assim, o autor aponta que “Em termos de associar e proporcionar uma visão integrada dos conceitos matemáticos verifica-se que ainda não há uma preocupação nesse sentido” (HALBERSTADT, 2015, p. 61). Um exemplo seria a falta de associação entre função afim e equação da reta, ou até mesmo relacionar o estudo de parábolas às funções de 2º grau.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), os estudantes precisam desenvolver competências para construir significados para os problemas matemáticos, mesmo que estes não estejam explícitos, exercitando assim suas habilidades em construir modelos matemáticos e elaborar processos de resolução para tais problemas.

No caso da Geometria Analítica, sugere-se ao professor a incorporação da tecnologia em suas aulas, pois “são alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações” (BRASIL, 2018, p. 528). Ou seja, além da tecnologia ter o potencial para tornar as aulas mais dinâmicas e atrativas ao estudante, ela também pode proporcionar a visualização daquilo que é abstrato de forma mais concreta dando significado à sua aprendizagem e melhorando seu desempenho em avaliações externas e exames de acesso à universidade, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

A Matriz de Referência do ENEM para Matemática e suas tecnologias reúne um conjunto de competências e habilidades que projetam conhecimentos esperados dos alunos em na etapa final da educação básica, avaliando o desempenho dos estudantes via teste padronizado. Nela a Geometria Analítica aparece de forma sutil e interligada a outros tópicos

ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UM CONTRIBUTO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

da Matemática, devido ao caráter de inter-relação entre conteúdos e interdisciplinar do exame. As competências e suas respectivas habilidades são:

Competência de área 2 - Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

H9 - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Competência de área 5 - Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

H22 - Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação. (BRASIL, 2009, p. 6).

A Geometria Analítica aparece nessas matrizes em problemas envolvendo espaço e forma unindo conceitos de álgebra e geometria dentro de um sistema de coordenadas, sendo a maioria de seus problemas concentrados em quatro tópicos: retas, circunferências, cálculo de distâncias e áreas.

Partindo do exposto, é relevante investigar para buscar melhorias e recursos para a prática de ensino de Geometria Analítica, voltados para a formação profissional do futuro docente de Matemática.

3 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau endossa uma forma de compreendermos a relação existente entre aluno, professor e o saber, bem como o meio (*milieu*) em que a situação didática ocorre. O autor define que “uma ‘situação’ é um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado” (BROUSSEAU, 2008, p. 20). Desta forma, o trabalho realizado pelo aluno aproxima-se ao de um investigador, capaz de formular hipóteses, conjecturar teorias e conceitos, ao passo que o professor fornece as situações favoráveis para que este, ao agir, transforme aquela informação em conhecimento para si mesmo. Esta teoria é dividida em fases que sistematizam de maneira coerente a forma como espera-se que o conhecimento seja construído pelo aluno. São elas, de maneira sucinta:

ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UM CONTRIBUTO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

- (i) **Ação:** Estágio inicial que demanda uma tomada de posição por parte do aluno, levando em consideração seus conhecimentos basilares para compreensão do problema proposto, colocando estes conhecimentos em prática.
- (ii) **Formulação:** Nesta fase, os estudantes traçam estratégias e verbalizam-nas, examinando o que conjecturaram na fase anterior, de forma consciente.
- (iii) **Validação:** Aqui os estudantes procuram demonstrar de maneira organizada sua estratégia para resolução do problema, buscando uma validação de que seus argumentos são razoáveis.
- (iv) **Institucionalização:** Nesta etapa, o professor entra em cena, buscando organizar os conhecimentos apresentados pelos alunos de maneira formal, ou seja, com a linguagem matemática, consolidando as ideias apresentadas.

Conforme Alves (2016) o movimento dialético, constituído da relação entre professor, aluno e saber, alicerça a TSD, tendo em vista o desenvolvimento de um pensamento sistemático, crítico e reflexivo, que permite apreender um amplo repertório de fenômenos relacionados com o Ensino de Matemática. Portanto, não obstante a situação didática deve ser arquitetada para que o aluno construa o saber e cabe ao docente planejar os dispositivos didáticos que propiciem a evolução intelectual dos alunos.

Deste modo, conforme Brousseau (2008), a “situação didática” é formulada pelo professor para que o estudante aprimore o saber. Além de possibilitar a participação dos estudantes em suas aulas, proporciona a oportunidade para que eles desenvolvam sua autonomia, construam o conhecimento, elaborem estratégias e solucionem problemas de forma criativa, o que propicia sua evolução intelectual. Por tais pressupostos, a TSD configura-se em uma teoria de ensino que atende às necessidades deste trabalho.

4 A ENGENHARIA DIDÁTICA ENQUANTO METODOLOGIA DE PESQUISA

Conforme Almouloud e Silva (2012 apud ARTIGUE, 1988) a nomenclatura “Engenharia Didática” foi idealizada para o trabalho didático comparado ao trabalho de um engenheiro que, ao realizar um projeto, apoia-se em conhecimentos científicos de sua área, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas, simultaneamente, sente-se impelido a desenvolver objetos bem mais complexos do que os objetos depurados da ciência e, por

ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UM CONTRIBUTO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

consequente, defrontar com todos os meios que dispõe as situações que a ciência não ambiciona ou não pode levar em consideração.

A Engenharia Didática (ED) é considerada uma metodologia oriunda de pesquisas relacionadas à Didática da Matemática Francesa, tendo como principal criadora a Michele Artigue. Esta metodologia é utilizada em pesquisas que estudam os processos de ensino e aprendizagem de um conteúdo e, em particular, a “elaboração de gêneses artificiais para um dado conceito” (ALMOULOU; COUTINHO, 2008, p. 66).

Segundo Artigue (1996), a ED caracteriza-se como um esquema experimental baseado sobre as realizações didáticas em sala de aula, ou seja, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino. Em complementariedade, Artigue (1995, p. 37) reitera que “A metodologia da Engenharia Didática também é caracterizada, em comparação com outros tipos de pesquisas a partir da experimentação em sala de aula, pelo registro em que se localiza e pelas formas de validação à qual está associada”.

Conforme Leivas e Gobbi (2014, p. 184) “essa metodologia pode ser entendida tanto como uma metodologia de pesquisa específica, quanto como uma sequência de aulas ou atividades concebidas e organizadas de forma coerente”. Seguindo de maneira sistemática esta metodologia em seu planejamento e execução, deve-se nortear pelas fases: i) Análises preliminares, ii) Concepção e análise *a priori* das situações didáticas, iii) Experimentação e iv) Análise *a posteriori* e validação. Em síntese, cada uma destas fases pode ser descrita como:

i) Análises preliminares: Compõe-se do estudo epistemológico do objeto de pesquisa, por meio de uma pesquisa bibliográfica com relação ao quadro teórico didático deste conteúdo, bem como a forma com que é abordado em sala de aula. Para tal, realiza-se um estudo sobre os conhecimentos prévios dos estudantes, seus entraves na aprendizagem e uma análise do lócus da pesquisa.

ii) Concepção e análise *a priori*: Etapa em que serão delimitadas as variáveis (globais e locais) sobre as quais o ensino pode atuar, como forma de nortear a pesquisa e elaborar um plano de ação. De acordo com Santos e Alves (2017, p. 450), “As variáveis globais têm por finalidade direcionar as escolhas da pesquisa, enquanto as variáveis locais são direcionadas à previsão dos possíveis comportamentos e entraves dos alunos, mediante as situações didáticas”.

iii) Experimentação: Fase em que se aplicam as situações didáticas ou sequências didáticas construídas na fase anterior, onde se firma o contrato didático e ocorre a coleta dos dados relativos à pesquisa.

ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UM CONTRIBUTO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

iv) *Análise a posteriori* e validação: Fase que se apoia sobre todos os dados coletados durante a experimentação. Posteriormente à análise dos dados coletados, faz-se necessária sua confrontação com a análise a priori inicialmente realizada para, desta forma, validar (ou não) as hipóteses formuladas na investigação.

Segundo Almouloud e Coutinho (2008, p. 68), “O objetivo é relacionar as observações com os objetivos definidos a priori e estimar a reprodutibilidade e a regularidade dos fenômenos didáticos identificados”. Entretanto, cabe frisar que cada fase pode ser retomada, revisada e aperfeiçoada no decorrer da pesquisa, pois estas fases estão sempre em processo de construção e aprimoramento.

Para Almouloud e Silva (2012) a ED integra algumas das características da pesquisa-ação, posto que se desenvolvem nela situações oriundas da sala de aula, em que o pesquisador é instigado a descrever e analisar os resultados de sua aplicação, observando em relação ao grau de generalidade dos resultados.

No que tange à relação entre ED e TSD, Alves (2017) aponta que a utilização de forma complementar entre elas visa a aquisição, o acúmulo, constatação e determinação de conhecimentos técnicos, didáticos e metodológicos, acerca de uma prática organizada de comunicação e transmissão (transposição), referente a um conteúdo matemático. Assim, para além da articulação entre a ED e a TSD, propõe-se o GeoGebra como recurso auxiliar para esta pesquisa em andamento, possibilitando a construção de situações didáticas visualizadas em um ambiente manipulável, como alternativa a melhoria da práxis docente, visando potencializar o desenvolvimento da Geometria Analítica em sala de aula.

5 O GEOGEBRA COMO RECURSO TECNOLÓGICO

A ideia de utilizar o *software* GeoGebra como ferramenta para construção de situações didáticas para esta pesquisa surge com a possibilidade de uma experiência dinâmica, para a construção do conhecimento de forma visual, indo além da abstração e de fórmulas matemáticas. O GeoGebra foi escolhido por ser um *software* livre e de fácil manipulação, tendo recursos que exploram a cognição do estudante.

Abar (2020) afirma que o uso de tecnologias digitais por meio do GeoGebra pode dar suporte as estratégias metodológicas do professor, modernizando o saber escolar e transformando este saber em exercícios e problemas capazes de tornar os conceitos mais

ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UM CONTRIBUTO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

compreensíveis, visto que o *software* oferece recursos visuais e manipuláveis. Deste modo, as metodologias viabilizadas pelo GeoGebra além de utilizar a tecnologia como aliada pedagógica em sala de aula, contribuem para tornar a aula mais atrativa para o aluno, instigando a curiosidade e a abertura ao novo.

Wassie e Zergaw (2018, *apud* LEHMANN; ALBRE, 2008) apontam, por exemplo, que a ferramenta controle deslizante presente no GeoGebra pode ser usada para ajudar os alunos a descobrir e comprovar verdades e relações matemáticas, ao passo que desenvolvem habilidades de pensamento criativo. “Usando os recursos gráficos 3D do *software*, os alunos podem determinar os domínios das funções de duas variáveis, a interseção de figuras sólidas e um plano, contornos e assim por diante” (WASSIE; ZERGAW, 2018, p. 75, tradução nossa).

A criação de situações didáticas utilizando-se das dialéticas da TSD e organizada pela ED tem potencial para auxiliar o professor em sua performance profissional no tópico de Geometria Analítica. Para que o professor chegue a essa construção necessitará uma articulação com propósito final dando-o uma noção dos objetivos da atividade e dos possíveis obstáculos. Deste modo, procurar-se-á construir as situações didáticas embasada nas matrizes do ENEM e BNCC no viés da TSD e organizadas pela ED, como o aporte do GeoGebra, visando colaborar com o futuro docente de Matemática, viabilizando a compreensão da Geometria Analítica de uma forma mais atrativa e dinâmica. Esta articulação é exemplificada na seção seguinte.

6 POSSIBILIDADES DE APLICAÇÃO DA GEOMETRIA ANALÍTICA UTILIZANDO O GEOGEBRA

Nesta seção apresenta-se uma situação didática elaborada a partir de uma questão extraída do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) do ano de 2016, envolvendo o tópico sobre coeficiente angular de uma reta com a utilização do *software* GeoGebra. A construção apresentada explora as janelas 2D e 3D, como forma de oferecer uma interpretação geométrica tanto no plano quanto no espaço, sendo uma alternativa para o professor instigar as capacidades cognitivas no que diz respeito à percepção e a visualização.

Uma observação a ser realizada antes de seguir ao texto da questão é que a análise *a priori* é uma etapa da ED que possibilita a elaboração de variáveis locais e globais (ALMOULOUD; SILVA, 2012) e para a pesquisa inicial, apresentam-se nesta seção apenas as variáveis locais. Assim, o âmago desta seção é apontar as reflexões sobre prováveis comportamentos e obstáculos que porventura podem ser vivenciados pelos alunos e estratégias

ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UM CONTRIBUTO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

de resolução para esta questão, sugestionadas pelos professores durante a aplicação. A seguir, apresenta-se a situação didática com o assunto matemático a ser investigado neste estudo.

Questão 1: (ENEM 2016, questão 149, prova azul) Para uma feira de ciências, dois projéteis de foguetes, A e B, estão sendo construídos para serem lançados. O planejamento é que eles sejam lançados juntos, com o objetivo de o projétil B interceptar o A quando esse alcançar sua altura máxima. Para que isso aconteça, um dos projéteis descreverá uma trajetória parabólica, enquanto o outro irá descrever uma trajetória supostamente retilínea. O gráfico mostra as alturas alcançadas por esses projéteis em função do tempo, nas simulações realizadas.

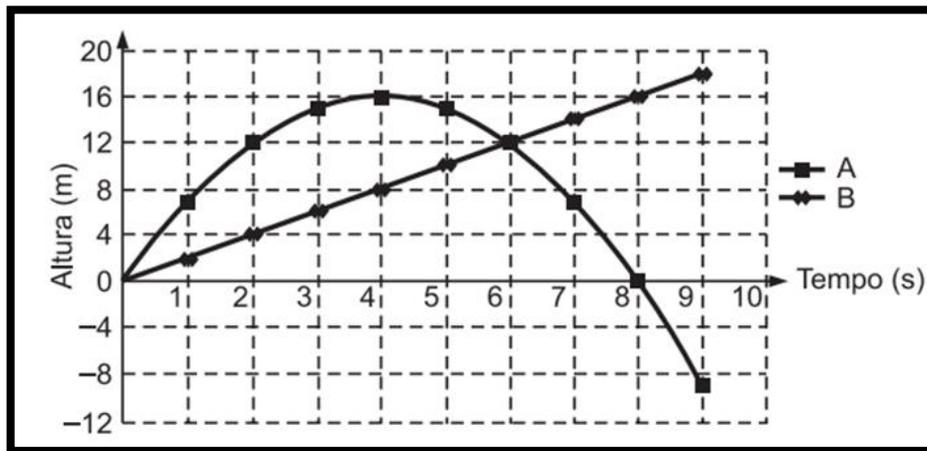


Figura 1: Questão 149

Fonte: Prova do ENEM 2016, caderno azul – segundo dia.

Com base nessas simulações, observou-se que a trajetória do projétil B deveria ser alterada para que o objetivo fosse alcançado. Para alcançar o objetivo, o coeficiente angular da reta que representa a trajetória de B deverá:

- A) diminuir em 2 unidades
- B) diminuir em 4 unidades
- C) aumentar em 2 unidades.
- D) aumentar em 4 unidades.
- E) aumentar em 8 unidades.

A situação proposta apresenta a trajetória descrita por dois foguetes, em que uma delas é representada por uma reta e a outra por uma parábola. O objetivo da questão proposta é descobrir o que acontece com o coeficiente angular da reta, quando as duas trajetórias se encontram no ponto mais alto da parábola. Neste caso, acredita-se que os professores têm

ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UM CONTRIBUTO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

conhecimento sobre a temática apresentada e é importante refletir sobre as estratégias de resolução de problemas, partindo de uma perspectiva com uso de tecnologias “a fim de despertar fenômenos que evoluam as habilidades matemáticas dos professores em formação envolvidos em um determinado problema matemático ou situação investigativa” (AZEVEDO, 2020, p.77).

Para tal, espera-se que sejam construídas a reta e a parábola com base nas informações apresentadas no gráfico da questão utilizando o GeoGebra e, em seguida, uma busca pela solução investigando o que ocorre com o coeficiente angular da trajetória retilínea ao alterar o ponto de intersecção entre a reta e a parábola, construindo assim o seu conhecimento. A seguir, apresenta-se uma entre várias formas de solucionar a questão proposta pelo viés da TSD utilizando o GeoGebra e explorando a visualização e a percepção matemática dentro do ambiente do *software*.

Na situação de ação, espera-se que ao ter o primeiro contato com o problema, o aluno leia atentamente o enunciado e o gráfico apresentado, buscando em seus conhecimentos prévios uma forma de solucioná-lo. Partindo desta análise, a resolução da questão pode ser iniciada a partir da construção de pontos pertencentes à reta que corresponde a trajetória A, fornecidos pelo gráfico do problema. Tais pontos podem ser escolhidos de forma estratégica, como aqueles em que suas coordenadas estão explícitas. Na Figura 2 foram construídos os pontos $A(0,0)$, $B(2,4)$ e $C(6,12)$. Com estes pontos, pode-se traçar a reta que passa por eles, correspondente a trajetória A, como mostra a Figura 3.

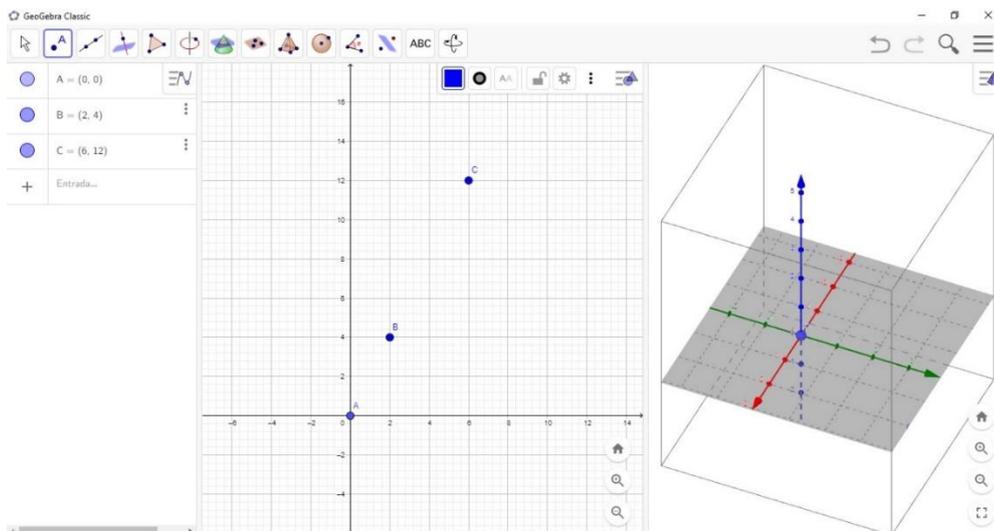


Figura 2: Construção de pontos pertencentes à reta dada pelo problema.
Fonte: Elaboração dos autores.

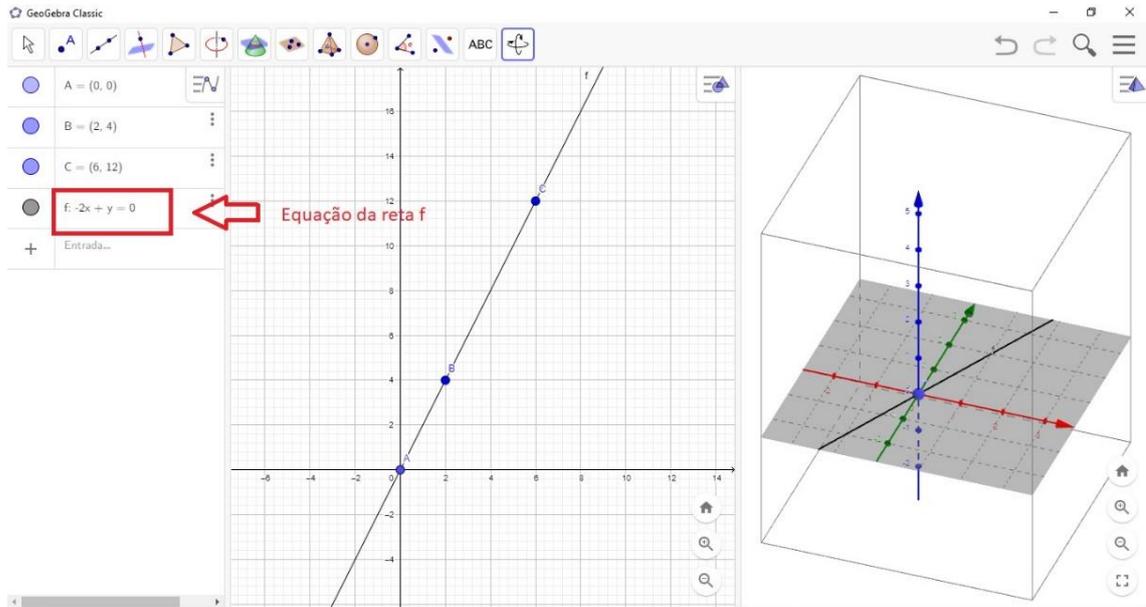


Figura 3: Reta que passa pelos pontos A, B e C construídos.
Fonte: Elaboração dos autores.

Na situação de formulação é importante que ocorra uma troca de informações, que podem ser de forma escrita ou oral, entre os alunos e o meio, ao conjecturar suas ideias e apresentar suas estratégias de solução para o problema. Neste caso, sugere-se que o professor por meio da mediação oriente a construção da reta e da parábola utilizando o GeoGebra.

A partir da reta f construída na Figura 3, o aluno pode observar que sua equação geral é $-2x + y = 0$ e assim, juntamente com o professor, partir para a construção da parábola que faz intersecção com f . Para a construção da parábola, uma sugestão seria construí-la a partir de suas raízes $x' = 0$ e $x'' = 8$, que já estão explícitas no gráfico da questão, e assim inserir na janela de álgebra sua forma fatorada $g(x) = x * (x + 8)$. Ao realizar este comando, ocorre o que se apresenta na Figura 4:

ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UM CONTRIBUTO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

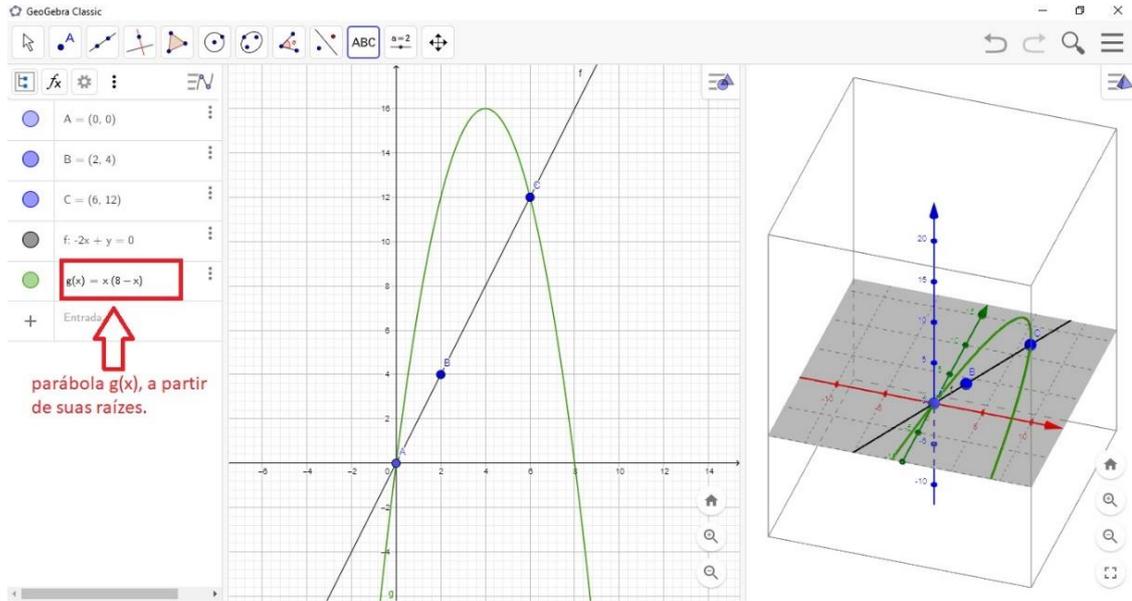


Figura 4: Parábola $g(x)$ construída a partir de suas raízes.
Fonte: Elaboração dos autores.

Ao conduzir os alunos na construção, o professor pode explorar as ferramentas do GeoGebra e apresentar os passos da construção para os alunos, presentes na janela de álgebra. Deste modo, partindo da construção apresentada na Figura 4, pode-se utilizar uma função do GeoGebra denominada “inclinação”, como mostra a Figura 5 e auxiliar a visualização do coeficiente angular da reta f construída, apresentada na Figura 6:

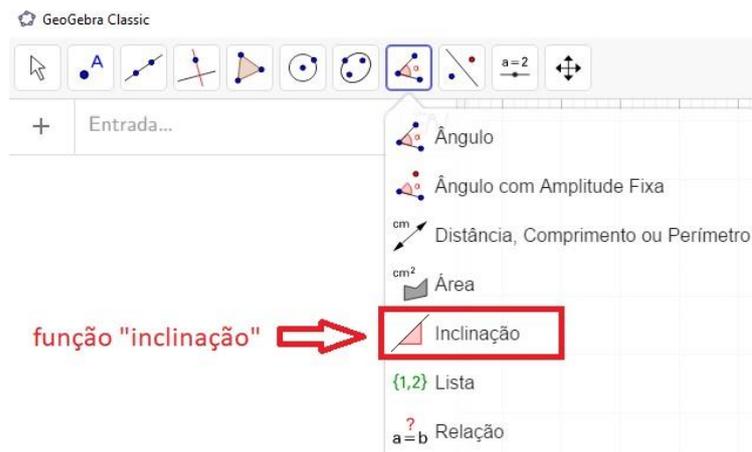


Figura 5: Função inclinação no menu do GeoGebra
Fonte: Elaboração dos autores.

ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UM CONTRIBUTO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

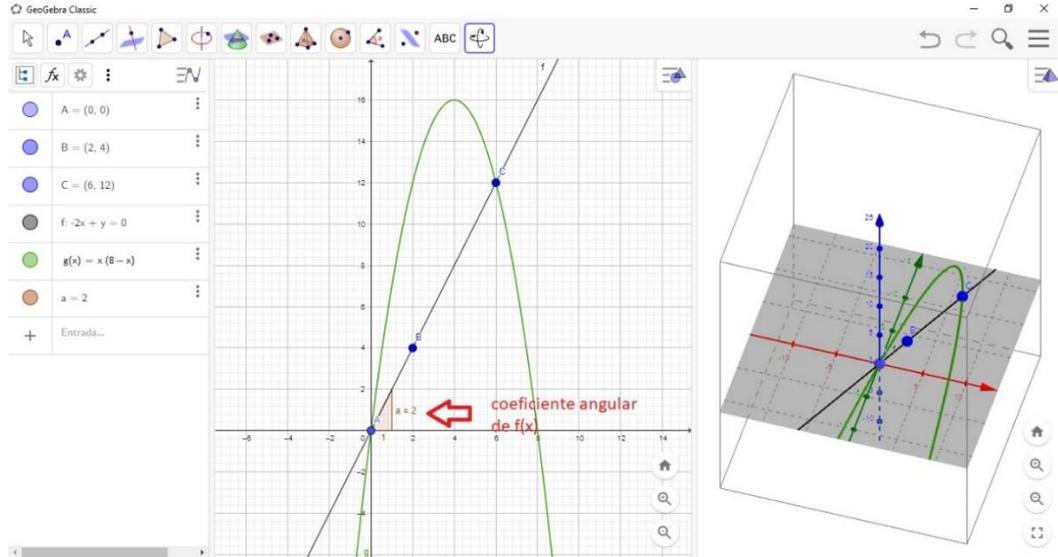


Figura 6: Coeficiente angular demarcado na reta f

Fonte: Elaboração dos autores.

Com base nas informações apresentadas na construção, espera-se que o aluno ao observar que o coeficiente angular da reta f construída é $a = 2$, atente-se ao comportamento de a (crescimento ou decrescimento). Para tal observação, pode ser construída uma segunda reta que, assim como a primeira, deve apresentar termo independente ou coeficiente linear $b = 0$, porém com seu coeficiente angular sendo variável, a partir de um controle deslizante. Esta segunda reta (reta h) pode ser observada na Figura 7:

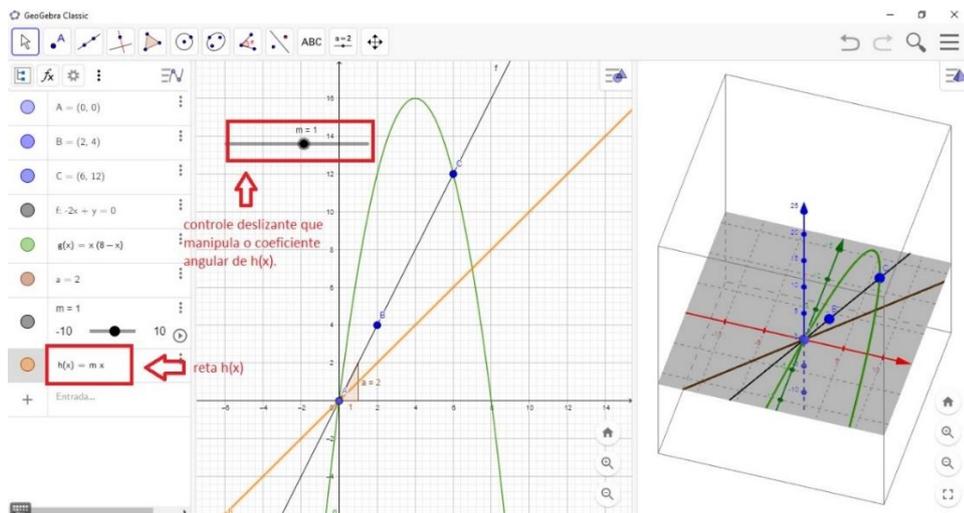


Figura 7: Reta h de coeficiente angular variável

Fonte: Elaboração dos autores.

ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UM CONTRIBUTO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

A situação de validação se inicia a partir do momento que o aluno perceber que deve movimentar a reta h em busca de sua intersecção com o ponto de máximo da parábola. Desta forma, o aluno deve manipular o controle deslizante m em busca do ponto que corresponde ao coeficiente angular que soluciona a questão. Neste caso, espera-se que o aluno perceba que o valor do coeficiente angular que se busca é correspondente à reta que intersecta a parábola em seu ponto mais alto. Em $g(x)$, o aluno ao clicar em “pontos especiais” obterá o ponto $F(4, 16)$ como ponto de máximo da parábola – também explícito inicialmente na questão. A partir disto, ele pode manipular m até que este coincida com o ponto F , como ilustrado na Figura 8.

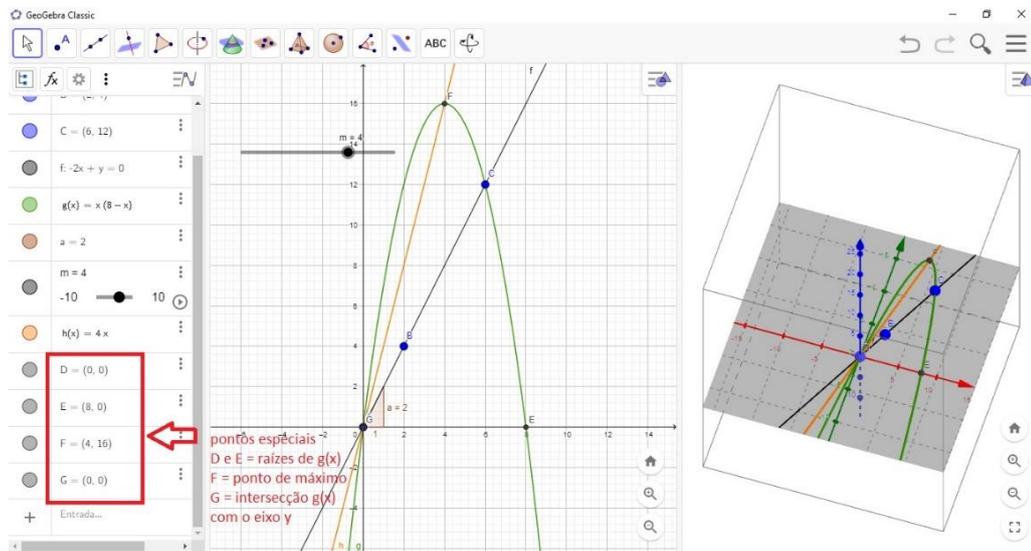


Figura 8: Intersecção da reta h com a parábola
Fonte: Elaboração dos autores.

A partir do exposto, o aluno pode recorrer novamente à ferramenta “inclinação” e buscar o valor do coeficiente angular da reta h . Ao observar o valor a_1 e o controle deslizante m , ele poderá notar que o coeficiente angular da reta que representa a trajetória de B , atendendo a solicitação do problema deverá aumentar 2 unidades, ou seja, passar do valor $a = 2$ para $a_1 = 4$, o que lhes trará a alternativa (C) como correta. Esta solução está apresentada na Figura 9:

ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UM CONTRIBUTO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

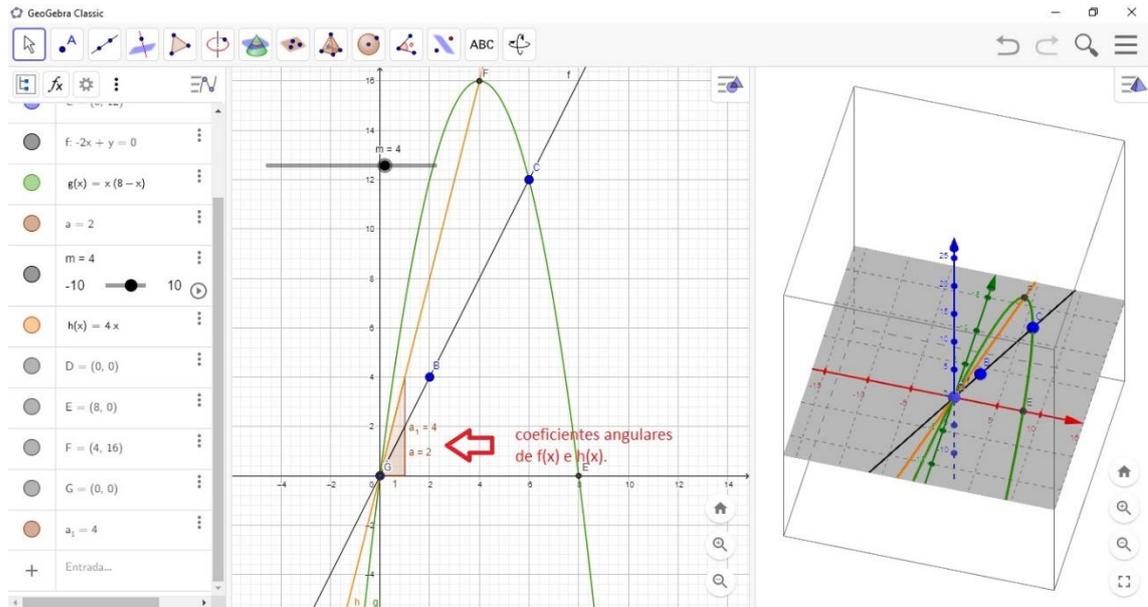


Figura 9: Coeficiente angular das retas f e h .

Fonte: Elaboração dos autores.

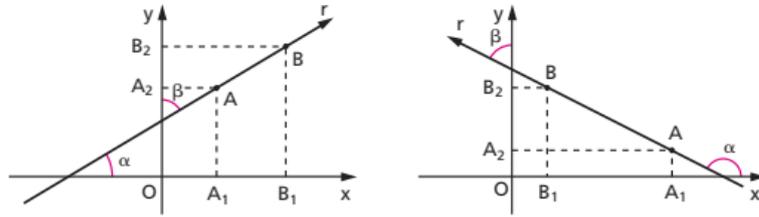
A institucionalização a ser realizada pelo professor deve iniciar a partir do que foi exposto pelos alunos nas etapas anteriores. Deste modo, o docente deve apresentar o conceito coeficiente angular, com linguagem matemática convencional. Uma definição formal que pode ser apresentada pelo professor está presente no livro Fundamentos da Matemática Elementar 7, como aponta Iezzi (2013, p. 61) “Coeficiente angular ou declive de uma reta r não perpendicular ao eixo das abscissas é o número real m tal que: $m = tg \alpha$ ”.

Para além da apresentação deste conceito sobre coeficiente angular, pode-se demonstrar que é possível calculá-lo nas seguintes situações:

- (i) quando se conhece sua equação geral;
- (ii) quando se conhece sua direção (no caso da reta dada ser paralela a uma outra);
- (iii) caso sejam dados dois pontos.

Na questão proposta, temos o caso (iii), onde há pontos pertencentes à reta apresentados no gráfico da questão. Assim, uma generalização nesse sentido apresenta-se na Figura 10:

62. Vamos calcular o coeficiente angular de uma reta que passa por dois pontos conhecidos: $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$.



Projetemos \overline{AB} sobre os eixos do sistema cartesiano e apliquemos a Trigonometria:

$$\text{sobre } x: \overline{A_1B_1} = \overline{AB} \cdot \cos \alpha$$

$$\text{sobre } y: \overline{A_2B_2} = \overline{AB} \cdot \cos \beta = \overline{AB} \cdot \cos (90^\circ - \alpha) = \overline{AB} \cdot \sin \alpha$$

Temos:

$$\frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{AB} \cdot \sin \alpha}{\overline{AB} \cdot \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha = m$$

mas $\overline{A_2B_2} = y_2 - y_1$ e $\overline{A_1B_1} = x_2 - x_1$. Logo:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (x_2 \neq x_1)$$

Preferimos a notação

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (\Delta x \neq 0)$$

Figura 10: Generalização do cálculo do coeficiente angular de uma reta
Fonte: IEZZI (2013, p. 62-63)

O modelo de institucionalização apresentado assevera a possibilidade de explorar no GeoGebra o comportamento do coeficiente angular da reta por meio do controle deslizante, reforçando a demonstração presente no livro.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa em andamento busca associar a Engenharia Didática e a Teoria das Situações Didáticas, como forma de organizar uma investigação coerente com os objetivos propostos neste trabalho. No levantamento de pesquisas dentro do referencial teórico, autores apontam que Geometria Analítica ainda é trabalhada em sala de aula por um viés tradicional.

ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UM CONTRIBUTO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

Desta forma, propõe-se uma articulação entre a ED e da TSD com o uso do GeoGebra enquanto recurso tecnológico, buscando viabilizar a construção de situações didáticas que podem melhorar a prática do professor, ocasionando um melhor desenvolvimento deste tópico em sala de aula.

Neste artigo, é importante frisar as duas primeiras fases da ED (Análise preliminar e Análise *a priori*), pois estas duas fases deram início a esta pesquisa em andamento, possibilitando a elaboração de situações didáticas com propriedade e um trabalho orientado, visando desenvolver a percepção do professor acerca de previsões atitudinais do aluno, servindo de suporte ao trabalho docente, buscando minimizar as dificuldades e possíveis bloqueios cognitivos, epistemológicos e didáticos presentes no ensino deste assunto. A partir do referencial teórico apresentado, compreende-se que a ED articulada à TSD norteiam o trabalho do professor, que ao seguir tais pressupostos torna-se um investigador, refletindo sua práxis e tornando-se mediador da aprendizagem, incentivando seus alunos no desenvolvimento de sua autonomia e construção do conhecimento.

O uso do GeoGebra para o ensino de Geometria Analítica na elaboração de uma aula fora do viés tradicional – quadro, pincel, livro – pode ser uma proposta que vem para somar ao trabalho do professor, sendo relevante para a melhoria da assimilação deste assunto pelo aluno. É importante também frisar a facilidade no manuseio do *software*, o que pode favorecer a aprendizagem do aluno através do desenvolvimento de habilidades, onde ele é capaz de se apropriar do conteúdo de forma autônoma e eficiente.

A partir desta proposta metodológica direcionada ao docente em formação, frisa-se a importância de se consolidar uma metodologia pautada em um viés que atenda à necessidade dos estudantes, trabalhando a Geometria Analítica por uma linha de visualização mais dinâmica, transformando seu caráter abstrato em visual, viabilizando a resolução de problemas e conjectura de soluções. Nesse sentido, espera-se que este trabalho possa contribuir com o futuro docente de Matemática em sua performance profissional.

REFERÊNCIAS

ABAR, Celina A. A. P. A Transposição Didática na criação de estratégias para a utilização do GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 9, n. 1, p. 59-75, 2020. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.23925/2237-9657.2020.v9i1p59-75> >. Acesso em: 26 jul. 2020.

ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UM
CONTRIBUTO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE
GEOGEBRA

ALMOULOUD, S. A.; COUTINHO, C. Q. S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 3, n. 1, p. 62-77, 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.5007/1981-1322.2008v3n1p62>>. Acesso em: 21 set. 2020.

ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. Engenharia didática: evolução e diversidade. **Revemat - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 7, n. 2, p. 22-52, 2012. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/1981-1322.2012v7n2p22/23452>>. Acesso em: 15 out. 2020.

ALVES, F. R. V. Didática de Matemática: Seus pressupostos de ordem epistemológica, metodológica e cognitiva. *Interfaces da Educação*, v. 7, n. 21, p. 131-150, 2016. Disponível em: <<http://periodicosonline.uems.br/index.php/interfaces/article/viewFile/1259/1183>>. Acesso em: 22 out. 2020.

ALVES, F. R. V. Análises Preliminares e a Análise a priori para a noção de integrais dependentes de parâmetros. **Vidya**. v. 36, n. 1, p. 111-133, jan./jun., 2016 - Santa Maria.

ALVES, F. R. V. Engenharia Didática para a s-Sequência Generalizada de Jacobsthal e a (s,t)-Sequência Generalizada de Jacobsthal: análises preliminares e a priori. **UNIÓN – Revista Iberoamericana de Educación Matemática**. v. 51, p. 83-106, 2017. Disponível em: <<http://asenmacformacion.com/ojs/index.php/union/article/view/229>>. Acesso em: 09 out. 2020.

ALVES, F. R. V.; CAVALCANTE, M. R. Obstáculos (epistemológicos) e o Ensino de Ciências e Matemática. **Interfaces da Educação**, v. 8, n. 23, p. 253-274, 2017. Disponível em: <<http://periodicosonline.uems.br/index.php/interfaces/article/view/1603>>. Acesso em: 09 out. 2020.

ALVES, F. R. V.; PEREIRA, A. C. C. Ensino de Geometria Analítica: alguns pressupostos da Sequência Fedathi no contexto da formação do professor de Matemática. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, v. 6, n. 2, p. 26 - 45, 2016. Disponível em: <<https://ojs.ifes.edu.br/index.php/dect/article/view/157>>. Acesso em: 16 out. 2020.

AZEVEDO, I. F. **Situações Didáticas Profissionais (SDP): Uma perspectiva de complementaridade entre a teoria das situações e a didática profissional no contexto das olimpíadas de matemática**. 2020. 163 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará – IFCE, Fortaleza, 2020.

ARTIGUE, M. Engenharia Didáctica. In: BRUN, Jean (Org.). **Didáctica das matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

ARTIGUE, M. **Ingeniería didáctica en Educación Matemática**. Colômbia, 1995. Disponível em: <<https://core.ac.uk/download/pdf/12341268.pdf>> Acesso em: 22 out. 2020.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Matriz de referência para o ENEM**, 2009. Disponível em:

ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UM
CONTRIBUTO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE
GEOGEBRA

<http://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf>. Acesso em: 04 out. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira**. Prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) – 2º dia 2016. Disponível em:
<https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2016/CAD_ENEM_2016_DIA_2_07_AZUL.pdf>. Acesso em: 03 jun. 2021.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. 2018. p. 528. Disponível em:
<<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>. Acesso em: 26 set. 2020.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

CAMPOS, M. A.; FARIAS, L. M. S. A Educação Matemática e o ensino de álgebra na perspectiva de desenvolvimento do pensamento algébrico. **Revista RBBA - Revista Binacional Brasil Argentina**, v. 9, n. 1, p. 162-182, 2020. Disponível em:
<<https://doi.org/10.22481/rbba.v9i1.6506>>. Acesso em: 08 abr. 2021.

GUEDES, P. C. C. Aplicação do software GeoGebra ao ensino da Geometria Analítica. **Ciência e Natura**, v. 37, Ed. Especial PROFMAT, p. 365–375, 2015. Disponível em:
<<https://www.redalyc.org/pdf/4675/467547643030.pdf>>. Acesso em: 15 mar. 2021.

HALBERSTADT, F. F. **A aprendizagem da Geometria Analítica no Ensino Médio e suas representações semióticas no Grafeq**. 2015. 174 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) - Universidade Federal de Santa Maria - UFSM, Santa Maria, 2015. Disponível em: <<https://repositorio.ufsm.br/handle/1/6751>>. Acesso em: 01 out. 2020.

IEZZI, G. **Fundamentos de Matemática Elementar 7**. 6. ed. São Paulo: Atual Editora, 2013.

LEIVAS, J. C. P.; GOBBI, J. A. O software GeoGebra e a Engenharia Didática no estudo de áreas e perímetros de figuras planas. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologias**, Curitiba, v. 7, n. 1, p. 182-199, 2014. Disponível em:
<<https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/1521>>. Acesso em: 29 set. 2020.

NASSER, L. O papel da abstração no pensamento matemático avançado. In: Flores, Rebeca (Ed.), **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, 2013. cap. 2, p. 891-897. Disponível em:
<<http://funes.uniandes.edu.co/4175/1/NasserOpapelALME2013.pdf>>. Acesso em: 30 set. 2020.

PAIVA, A. C. P.; ALVES, F. R. V. Utilização do GeoGebra como auxílio no ensino de curvatura de curvas planas e espaciais. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, v. 7, n. 2, p. 65-79, 2018. Disponível em:
<<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6767152>>. Acesso em: 28 set. 2020.

ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UM
CONTRIBUTO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE
GEOGEBRA

SANTOS, A. A.; ALVES, F. R. V. A Engenharia Didática em articulação com a Teoria das Situações Didáticas como percurso metodológico ao estudo e ensino de Matemática. **Revista Acta Scientiae**, Canoas, v. 19, n. 3, p. 447-465, 2017. Disponível em: <<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/2739>>. Acesso em: 01 out. 2020.

SILVA, A. L. **Uma Engenharia Didática para Aprendizagem de Geometria Analítica no Ensino Médio**. 2019. 245 f., il. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Brasília - UnB, Brasília, 2019. Disponível em: <<https://repositorio.unb.br/handle/10482/36023>>. Acesso em: 05 ago. 2020.

SOUSA, R. C., ALVES, F. R. V.; FONTENELE, F. C. F. Engenharia didática de formação (EDF): uma proposta de situação didática do ENEM com o uso do software GeoGebra para professores de matemática no Brasil. **Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología**, n. 26, p. 90-99, 2020. Disponível em: <<https://teyet-revista.info.unlp.edu.ar/TEyET/article/view/1344>>. Acesso em: 23 out. 2020.

WASSIE, Y. A.; ZERGAW, G. A. Capabilities and Contributions of the Dynamic Math Software, GeoGebra - a Review. **North American GeoGebra Journal**, v. 7, n. 1, p. 68-86, 2018. Disponível em: <<https://mathed.miamioh.edu/index.php/ggbj/article/view/149>>. Acesso em: 14 abr. 2021.