

**PLANILANDIA EN EL LIENZO DE GEOGEBRA: DISEÑO DE TAREAS E
IMPLEMENTACIÓN EN EL AULA**

FLATLAND ON GEOGEBRA CANVAS: TASK DESIGN AND IMPLEMENTATION IN
THE CLASSROOM

FLATLAND NA LONA DE GEOGEBRA: DESENHO DE TAREFAS E
IMPLEMENTAÇÃO NA SALA DE AULA

Julieta Díaz¹ 0000-0001-7491-7741
Verónica Molfino² 0000-0002-6672-762X
Cristina Ochoviet³ 0000-0001-9069-3469
Jéssica Vizcaíno⁴ 0000-0003-4078-8739

¹ Instituto de Profesores Artigas – Montevideo, Uruguay; diaz.paiva.julieta@gmail.com

² Instituto de Profesores Artigas – Montevideo, Uruguay; veromolfino@gmail.com

³ Instituto de Profesores Artigas – Montevideo, Uruguay; cristinaochoviet@gmail.com

⁴ Instituto de Profesores Artigas – Montevideo, Uruguay; jessicavs17@hotmail.com

RESUMO:

O artigo apresenta um projeto didático com foco na perspectiva do Ensino de Matemática para a Justiça Social. Uma história elaborada a partir do romance Planilândia é utilizada como recurso, para abordar questões de geometria do currículo do ensino médio básico. O design consiste em uma tarefa e na análise de sua implementação a partir de cinco práticas. Conclui-se sobre o potencial interdisciplinar proporcionado pela perspectiva adotada, bem como o valor e o significado da inclusão da tecnologia em sala de aula.

Palavras-chave: justiça social; geometria; dispositivo literário

ABSTRACT:

This article presents a didactic design framed in the perspective of the Teaching of Mathematics for Social Justice. A story created from the novel Flatland, to address geometry topics of the basic secondary education curriculum, is used as a resource. The design consists of a task and the analysis of its implementation from five practices. It is concluded about the interdisciplinary potential provided by the adopted perspective as well as the value and significance of the inclusion of technology in the classroom.

Keywords: social justice; geometry; literary resource.

RESUMEN:

En el artículo se presenta un diseño didáctico enmarcado en la perspectiva de la Enseñanza de la Matemática para la Justicia Social. Se emplea como recurso una historia elaborada a partir de la novela Planilandia, para abordar temas de geometría del currículo de enseñanza media básica. El diseño consiste en una tarea y el análisis de su implementación desde cinco prácticas. Se concluye acerca del potencial interdisciplinario que aporta la perspectiva adoptada así como el valor y sentido de la inclusión de tecnología en el aula.

Palabras clave: justicia social; geometría; recurso literario.

Introdução

La enseñanza de la matemática para la justicia social (EMpJS) es una perspectiva que surge en la última década del siglo XX e incrementa su desarrollo en la primera quincena del siglo XXI (Felton–Koestler, 2017). En Uruguay, se ha desarrollado localmente en la formación de grado y posgrado desde el año 2016 con el propósito de que los futuros profesores y formadores adquieran habilidades para el diseño de actividades y su implementación en las aulas de enseñanza media y en las de formación docente.

Esta perspectiva plantea el abordaje de situaciones del mundo real mediante recursos matemáticos, con el fin de analizarlas, comprenderlas y, si corresponde, proponer acciones para modificarlas a favor de quienes padecen desigualdades sociales. De esta manera, se alcanzan dos objetivos primordiales propuestos por Gutstein (2006): se promueve la justicia social en el aula de matemática a la vez que se atiende la construcción de conocimiento matemático por parte de los estudiantes.

En Molfino y Ochoviet (2019) se reportan algunas dificultades de los profesores de matemática cursando estudios de posgraduación para diseñar actividades de enseñanza desde la perspectiva de la EMpJS. Fundamentalmente, se identificaron dificultades para crear preguntas críticas que permitieran hacer foco en la problemática relativa a la injusticia social para que el trabajo matemático pudiera trascender la mera aplicación de los recursos matemáticos. Por su parte, Felton-Koestler (2017) reseña la escasa experiencia que tienen los futuros profesores con este tipo de abordaje. Esto deriva en dificultades a la hora de diseñar actividades e implementarlas en sus clases de manera consistente con esta perspectiva. Por ello, consideramos valioso aportar diseños didácticos (Wittmann, 2021) que atiendan los dos objetivos reseñados anteriormente (Gutstein, 2006) y que estén sustentados en los aportes del campo de la Didáctica de la Matemática. En este artículo presentamos, entonces, un diseño didáctico y el análisis de su potencial. La actividad, como se verá, requiere la mediación de GeoGebra para abordar situaciones problemáticas planteadas en el contexto de la novela *Planilandia* de Edwin Abbott.

Antecedentes temáticos

En esta sección reportamos algunos antecedentes que conjugan una doble condición: emplean la perspectiva de la EMpJS y utilizan cuentos o historias como recurso y contexto para el planteo de situaciones problemáticas.

Schaffel y Ochoviet (2016) proponen una secuencia didáctica para el nivel medio, para trabajar geometría del espacio con base en la novela *Planilandia* desde la perspectiva de la EMpJS. Se realizó una adaptación a la oralidad de distintos fragmentos de la novela y se utiliza la narración oral de cuentos e historias como un recurso para presentar un mundo plano habitado por figuras geométricas que padecen injusticias. Dada la analogía entre las injusticias que vivencian los personajes de la historia y las que muchas personas experimentan en nuestra sociedad, se habilita la discusión y reflexión sobre ellas.

Dolgay y Ochoviet (2016) proponen utilizar la narración oral de cuentos e historias para plantear una situación de desigualdad frecuente que es la brecha salarial de género. A partir de una historia creada por las autoras, se propone una actividad relativa al concepto de porcentaje para reflexionar junto a los estudiantes de enseñanza media sobre esta problemática que afecta a las mujeres en todas las regiones.

Colombo (2017) presenta el diseño de una actividad para un aula de Álgebra lineal de la formación de profesores desde la EMpJS utilizando como recurso un relato elaborado con base en la novela *Un mundo feliz* de Aldous Huxley. El contenido involucrado son los sistemas de inequaciones lineales. La propuesta del autor propone relacionar la sociedad planteada en la novela con la realidad actual, caracterizada, en muchos casos, por el trato abusivo a los ciudadanos. El objetivo es reflexionar sobre la sociedad en la que vivimos.

Carrión, Molfino y Ochoviet (2019) proponen un diseño con base en el cuento *Un pequeño paraíso* de Julio Cortázar. Se propone una tarea de modelización en el contexto del cuento, que permite construir una función mediante el uso de GeoGebra. Se introduce también la noción de variación de una función. La tarea está diseñada para la enseñanza media y permite reflexionar sobre los medios que a veces son ofrecidos por la sociedad de consumo a los ciudadanos para alcanzar una supuesta felicidad.

Los textos literarios constituyen un recurso rico para el planteo de situaciones problemáticas (Ochoviet, 2019) que no se agotan en un único diseño. En este trabajo abordaremos el trabajo con polígonos a partir de la novela *Planilandia*, aportando una nueva oportunidad para la utilización de una novela emblemática.

Marco conceptual

La Enseñanza de la Matemática para la Justicia Social es una perspectiva de enseñanza que tiene sus fundamentos en las ideas de Matemática Crítica (Skovmose, 2012) y de la Pedagogía de la Liberación de Paulo Freire. Gutstein (2006), toma de ellos la idea de “leer el

mundo a partir de recursos matemáticos” (Skovmose, 2012, p. 65), y plantea que en particular le interesa lograr que los estudiantes visualicen y analicen diversas situaciones de desigualdad que se presentan en nuestras sociedades, ya sea basadas en género, raza, clase, lenguaje o religión. Además, propone que también es necesario emplear la matemática para re-escribir el mundo, y que es posible, por ejemplo, a partir del aula, y también propone como objetivo el desarrollar identidades sociales y culturales positivas (Gutstein, 2006).

La EMpJS se propone dos grandes tipos de objetivos de enseñanza vinculados entre sí: los relativos al desarrollo de conciencia de justicia social y los relativos al desarrollo de pensamiento matemático. Dentro de los primeros, Gutstein (2006) menciona precisamente leer y reescribir el mundo con matemática, y desarrollar identidades sociales y culturales positivas, que implica brindarles herramientas matemáticas vinculadas con su cultura y lenguaje pero a la vez necesarias para sobrevivir en la cultura dominante.

El otro tipo de objetivos apunta al desarrollo de pensamiento matemático. Estas metas son leer el mundo matemático, que no refiere solamente a contenidos sino también a prácticas matemáticas como generalizar, resolver problemas no rutinarios de forma creativa y emplear la matemática para la crítica sociopolítica; lograr éxito académico en la enseñanza tradicional; y cambiar la concepción de la matemática misma, de un conjunto de reglas a memorizar a una herramienta poderosa para comprender problemas del mundo real (Gutstein, 2006).

Leer nuestra sociedad, analizarla, puede ser realizado, como en el caso que aquí reseñamos, a través de un disparador fantástico –el contexto de la novela *Planilandia* que originalmente fue escrita como un medio para criticar la sociedad de entonces (1884)–, que nos ayuda a reflexionar a partir del establecimiento de analogías.

Aspectos Metodológicos

La perspectiva adoptada en el diseño supone considerar dos tipos de actividades para los estudiantes de enseñanza media: trabajo matemático y trabajo reflexivo acerca de tópicos referidos a la justicia social. En consecuencia, el diseño didáctico incluye preguntas referidas a estos dos asuntos, esto es, el desarrollo de un análisis matemático de una situación que permita obtener insumos para, luego, responder preguntas críticas referidas a la justicia social.

Para el diseño de la tarea se tuvieron en cuenta los aportes de Zaslavsky (1995). Se diseñó una tarea de final abierto, es decir, una tarea que tiene múltiples respuestas correctas. Para la implementación de la tarea se sugieren las cinco prácticas propuestas por Stein, Engle, Smith y Hughes (2008) porque facilitan una enseñanza que permita ir más allá de la práctica

habitual del profesor que consiste en mostrar y decir, tal como lo señalan los autores. Las cinco prácticas son: anticipar, monitorear, seleccionar, secuenciar, conectar.

Además, se propone un ambiente de geometría dinámica como es GeoGebra para facilitar la exploración y la elaboración de conjeturas.

El diseño considera la adaptación de *Planilandia* expuesta en Schaffel y Ochoviet (2016) para crear un texto que oficia como contexto para la formulación de preguntas matemáticas (Ochoviet, 2019):

Les contaré cómo es el mundo del que vengo: Planilandia. Lo llamo Planilandia, no porque nosotros le llamemos así, sino para que les resulte más claro a ustedes, que tienen el privilegio de vivir en el espacio, cómo es nuestro mundo. Imaginen una hoja de papel en la que líneas rectas, triángulos, cuadrados, pentágonos, hexágonos y otras figuras, en vez de permanecer fijas en sus lugares, se moviesen libremente pero sin la capacidad de elevarse por encima ni de hundirse por debajo de la hoja. Si piensan en cómo se comportan las sombras, tendrán entonces una buena noción de cómo es Planilandia. Les contaré cómo son los habitantes de este lugar. La máxima longitud o anchura de un habitante plenamente desarrollado de Planilandia puede considerarse que es de unos doce centímetros y medio. Dentro de Planilandia consideramos inferiores a los polígonos que no son regulares (estos son los de la clase baja) y tenemos también una clasificación dentro de los regulares. Nuestra clase media está formada por triángulos equiláteros. Luego le siguen los profesionales, que son cuadrados (clase a la que yo mismo pertenezco) y figuras de cinco lados o pentágonos. Inmediatamente por encima de estos viene la nobleza, formada por figuras de seis lados o hexágonos. A partir de ahí va aumentando el número de lados hasta que reciben el honorable título de poligonales o de muchos lados. Finalmente, los de la clase más alta son aquellos cuyo número de lados es tan grande que su figura se asemeja a un círculo. Los polígonos irregulares tienen una vida dura, eso es indiscutible, no están bien integrados a la sociedad. Los intereses de la mayoría exigen que sea así. No se puede vivir bien con peligrosos polígonos irregulares, que al verlos uno de frente no puede saber qué forma esconden y qué peligro representan. Como les dije yo soy un cuadrado. Mi esposa también. Tuvimos un hijo pentágono y un nieto hexágono. Yo me llevo particularmente bien con mi nieto. Es un joven sumamente prometedor, de una inteligencia extraordinaria y una angularidad perfecta. Por las mañanas suelo enseñarle cosas a mi brillante nieto. Una mañana, en la que le estaba enseñando los fundamentos de la aritmética y su aplicación a la geometría, le enseñé que el número de metros cuadrados de un cuadrado se calcula elevando al cuadrado el número de metros de uno de sus lados. El pequeño hexágono reflexionó durante un largo momento y después dijo: “También me has enseñado a elevar números a una tercera potencia. Supongo que 3^3 debe tener algún sentido geométrico; ¿cuál es?” “Nada, absolutamente nada”, repliqué, “al menos en la geometría, porque la geometría sólo tiene dos dimensiones”. Y luego enseñé al muchacho cómo un punto que se desplaza tres metros genera una línea de tres metros, lo que se puede expresar con el número 3; y si una línea de tres metros se desplaza paralelamente a sí

misma tres metros, genera un cuadrado de tres metros de lado, lo que se expresa aritméticamente por 3^2 . Pero mi nieto insistía: “Pero si un punto, al desplazarse tres metros, genera una línea de tres metros, que se representa por el número 3, y si una recta, al desplazarse tres metros paralelamente a sí misma, genera un cuadrado de tres metros por lado, lo que se expresa por 3^2 , entonces un cuadrado de tres metros por lado que se mueve de alguna manera (que no acierto a comprender) paralelamente a sí mismo, generará algo (aunque no puedo imaginarme qué) y este resultado podrá expresarse por 3^3 . “Andá a la cama”, le dije, algo molesto por su interrupción. – Ese chico es tonto; 3^3 no puede tener ningún significado en geometría. Y en ese mismo instante escucho una voz que me dice: –El chico no es ningún tonto; y 3^3 tiene un significado geométrico evidente. A primera vista parecía ser un segmento, visto de lado; pero unos instantes de observación me mostraron que los extremos se hacían borrosos con demasiada rapidez para que se tratase de un segmento, yo habría pensado que se trataba de un círculo si no pareciese cambiar de tamaño de una forma imposible en un círculo o en cualquier figura regular de la que yo hubiese tenido experiencia. –Soy una esfera, vengo de la tercera dimensión. Ese día aprendí lo que era una esfera y muchas cosas más que este cuerpo me contó sobre la tercera dimensión. Por eso escribo estas líneas, porque tengo la esperanza de que puedan, de alguna manera, no sé cómo, llegar hasta los seres de otras dimensiones y puedan impulsar la aparición de rebeldes que se nieguen a estar en una dimensionalidad limitada. (Schaffel y Ochoviet, 2016, pp. 33-36)

Los cuentos e historias constituyen un excelente recurso para la enseñanza de la matemática pues facilitan el involucramiento y compromiso de los estudiantes con la tarea, a la vez que permiten fomentar una visión más humanista de la disciplina (Zazkis y Liljedahl, 2009), favoreciendo procesos de empatía, necesarios para el desarrollo de la perspectiva de la EMpJS.

Diseño didáctico

Para comenzar la clase se le entregará a cada equipo una copia de una adaptación breve de la novela *Planilandia* de Edwin Abbott, realizada por Schaffel y Ochoviet (2016), presentada en la sección anterior. Se realizará la lectura completa del texto junto a los estudiantes.

A continuación se propondrá la siguiente actividad.

Actividad

(I)

1. Acceder a <https://www.geogebra.org/classic/ewsy8zuk>. Realicen en ese espacio un dibujo que muestre cómo es la sociedad de Planilandia. Pueden pintarlo como crean más conveniente.
2. Intercambien dibujos con otro equipo. ¿Creen que el dibujo de sus compañeros representa correctamente a la sociedad de Planilandia?

(II)

Escriban un relato sobre cómo se imaginan que es el día en la vida del habitante de Planilandia que se les asignará (cuadrilátero no regular, triángulo isósceles no equilátero o hexágono regular). El relato debe estar escrito en primera persona, es decir, que sea el personaje el que hable.

Propuesta de implementación basada en las cinco prácticas

Anticipar

Realizamos la anticipación en dos partes, en la primera parte anticipamos las distintas formas en que los estudiantes podrían representar *Planilandia*, mientras que en la segunda anticipamos las formas de construir los polígonos con las herramientas dadas.

Primera parte: representaciones de Planilandia

Los estudiantes podrían representar a *Planilandia* de las siguientes formas.

1. *Como un mundo dividido en dos grandes clases separadas: la de los polígonos no regulares y la de los polígonos regulares.*

Podrían dividir el lienzo de trabajo en dos partes y en una de ellas representar polígonos no regulares y en la otra polígonos regulares, sin distinguir las subclases existentes en la clase de los polígonos regulares.

La división del lienzo podría hacerse verticalmente, representando simplemente una separación, o podría realizarse horizontalmente, para que los polígonos regulares ocupen la región superior, lo que representaría su posición social en *Planilandia*.

2. *Como un mundo dividido en dos grandes clases separadas, de las cuales una de ellas cuenta con varias subclases.*

En esta representación, en la clase de los polígonos no regulares no existe distinción entre los elementos, por lo que se espera que los representen conjuntamente en una misma región.

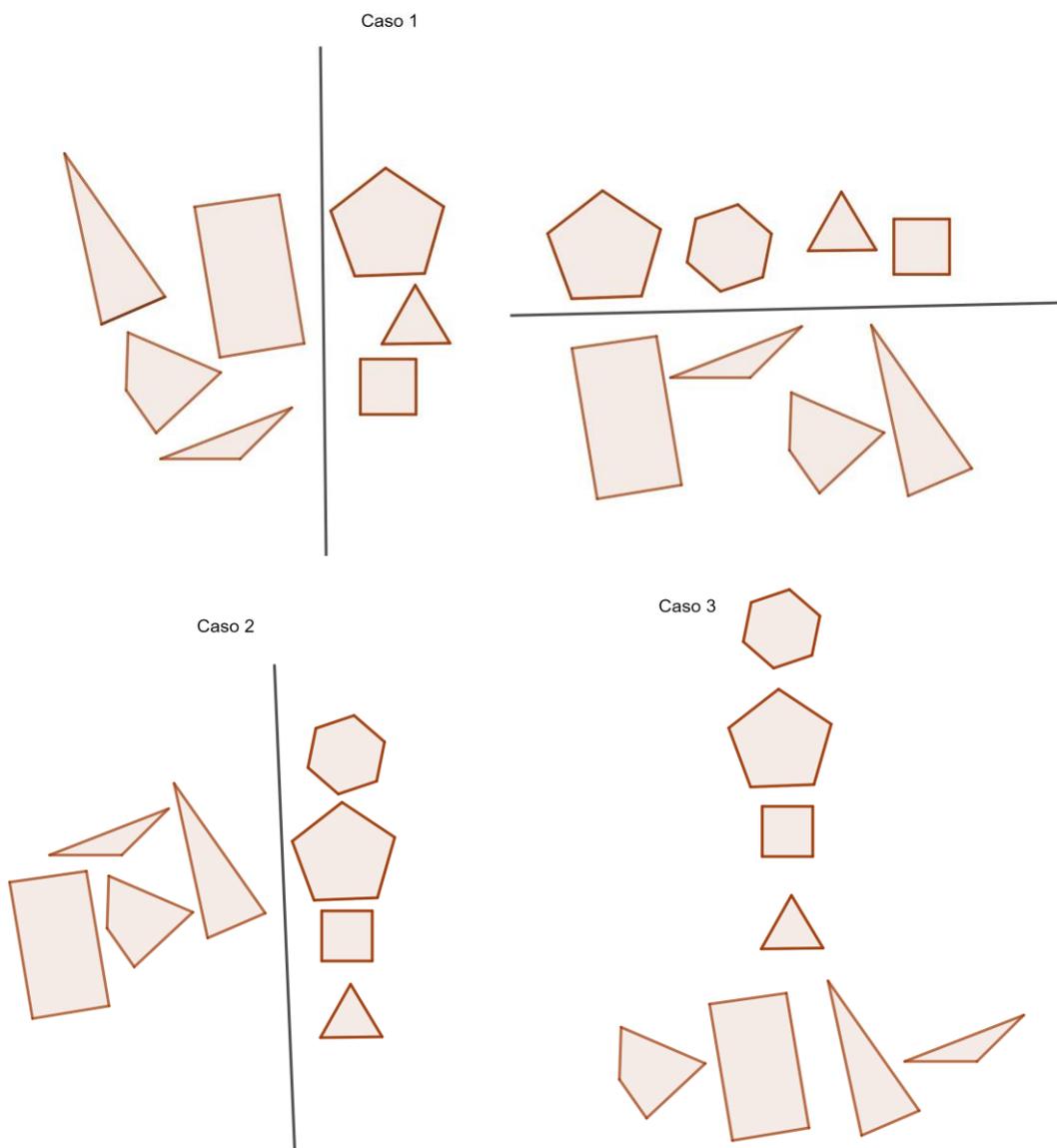
La clase de los polígonos regulares, en la que sí existen subclases diferenciadas por la cantidad de lados del polígono, sería representada de acuerdo a esa jerarquía.

3. *Como un mundo estructurado jerárquicamente.*

En esta representación, la sociedad de Planilandia se vería como un conjunto de elementos ubicados de acuerdo a la jerarquía dada según la cual los polígonos no regulares se sitúan en la región inferior y los polígonos regulares se sitúan uno encima de otro, desde el que tiene menos lados hasta el que tiene más lados.

Los tres casos mencionados pueden ser del estilo de los que se presentan en la figura 1.

Figura 1 - Posibles representaciones de Planilandia



Fuente: Elaboración propia

Podría suceder que los estudiantes sólo consideren como polígonos no regulares a los polígonos que tienen todos sus lados diferentes excluyendo, por ejemplo, a los triángulos isósceles no equiláteros y a los rectángulos no cuadrados. Incluso podrían confundirlos con los regulares y ubicarlos entre estos.

La tarea también pide a los estudiantes que pinten su dibujo. No realizamos una anticipación exhaustiva de este aspecto por ser totalmente subjetivo; sin embargo se pueden

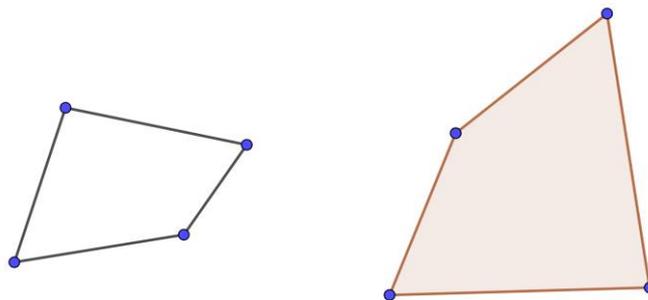
suponer algunas posibilidades: los polígonos de las clases sociales más favorecidas podrían ser pintados con colores vivos y los no regulares dejados en blanco; los polígonos regulares podrían ser pintados con los colores que el estudiante considere más lindos y los no regulares con los que considere más feos; los polígonos regulares podrían ser pintados de blanco y los no regulares de negro, asociando la discriminación social al racismo.

Segunda parte: construcciones

Polígonos no regulares

Se espera que los estudiantes construyan los polígonos no regulares que tienen todos sus lados diferentes con la herramienta *polígono*, ya que es la más práctica para esto. También podrían utilizar la herramienta *segmento*, aunque necesitarán usar la herramienta *polígono* en caso de que quieran pintarlos.

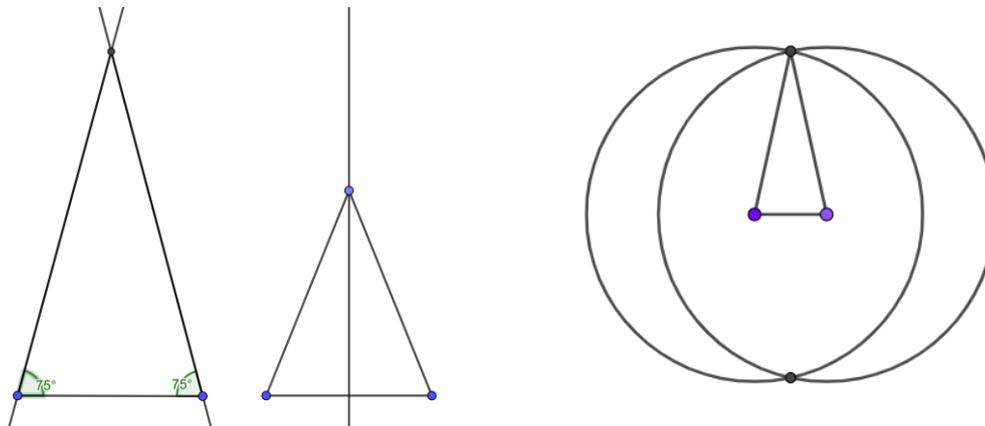
Figura 2 - Cuadriláteros no regulares



Fuente: elaboración propia

Teniendo en cuenta las herramientas de las que disponen en el ambiente GeoGebra propuesto, las siguientes son algunas de las formas en que podrían construir los triángulos isósceles: trazando un segmento y dos ángulos iguales que tienen por vértice los extremos de ese segmento y en un mismo semiplano respecto a la recta que contiene al segmento, partiendo de un segmento y su mediatriz, o trazando un segmento y luego dos circunferencias de centro en cada extremo del segmento e igual radio, obteniendo así dos puntos de intersección entre las mismas y el estudiante puede decidir por uno de ellos para construir el triángulo. También podrían emplear alguna estrategia que combine alguna de las anteriores, por ejemplo trazando un segmento, un ángulo que tenga por vértice uno de sus extremos y una circunferencia con radio adecuado para lograr que el triángulo sea isósceles.

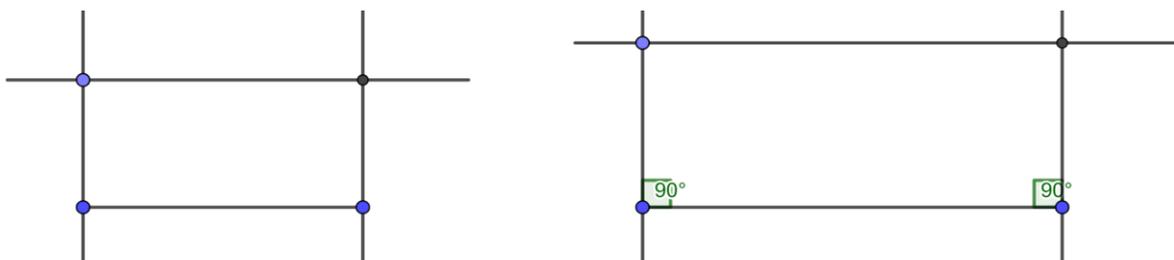
Figura 3 - Construcción de triángulos isósceles



Fuente: elaboración propia

Para construir rectángulos podrían realizar alguna de las siguientes construcciones: trazar un segmento y rectas perpendiculares a él por sus extremos, para luego determinar las medidas de los otros dos segmentos con circunferencias con centros en los extremos o eligiendo un punto sobre una perpendicular y trazando la recta paralela al primer lado construido. O trazar un segmento y ángulos adyacentes de 90° .

Figura 4 - Rectángulos



Fuente: elaboración propia

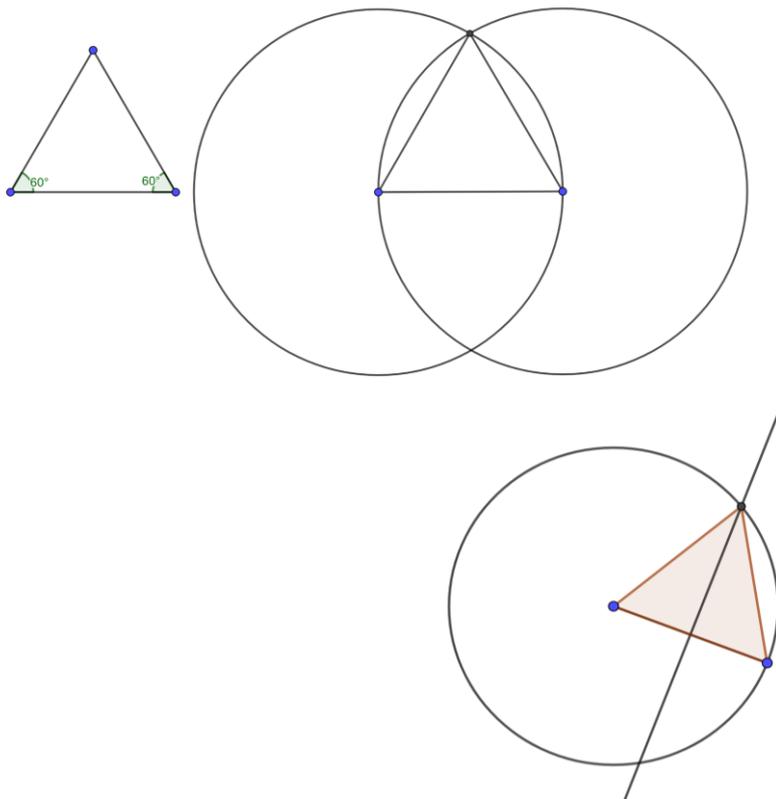
También podrían construir el rectángulo a partir de sus diagonales, o combinando alguna de las estrategias anteriores.

Polígonos regulares

La construcción de polígonos regulares se ve condicionada por el ambiente especialmente preparado para la actividad. Intencionalmente se excluye de las herramientas tradicionales de GeoGebra la de *polígono regular*, lo que obliga a los estudiantes a explorar

otras estrategias. Los triángulos equiláteros podrían ser construidos utilizando las herramientas *segmento* y *ángulo de amplitud dada*, ya que es sabido por los estudiantes que cada ángulo de un triángulo equilátero mide 60° . También podrían construirlo utilizando circunferencias de centro y radio dados, o mediante un segmento, su mediatriz y un ángulo o una circunferencia apropiados.

Figura 5 - Triángulos equiláteros



Fuente: elaboración propia

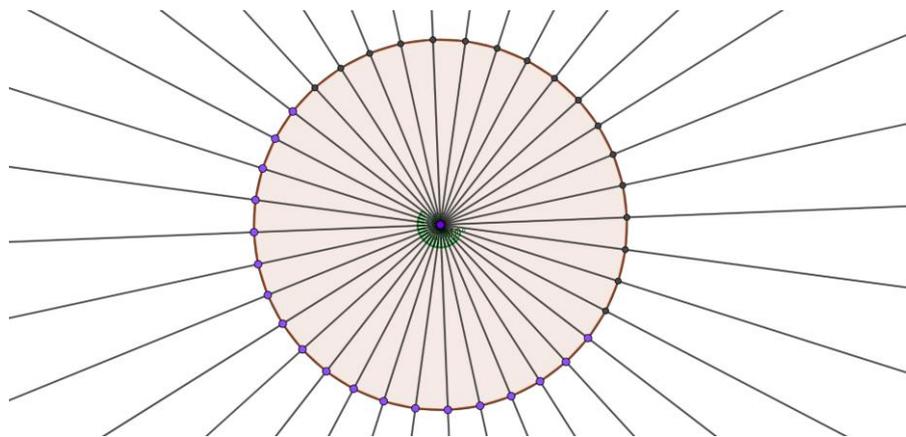
Los cuadrados podrían construirlos de la misma forma que los rectángulos, pero de manera que todos los lados tengan la misma longitud.

Para construir polígonos regulares de más de cuatro lados, puede serles útil conocer las medidas de los ángulos de cada polígono regular, es por eso que se les dará la fórmula para calcular la amplitud de los ángulos de un polígono regular $\frac{180(n-2)}{n}$. Con ella podrán construir polígonos regulares utilizando la herramienta *ángulo de amplitud dada*. La fórmula se escribirá en el pizarrón cuando los estudiantes se enfrenten al problema de averiguar cuánto miden los ángulos

de un polígono regular de más de cuatro lados, y se mostrará cómo utilizarla considerando $n = 4$.

El polígono regular que tiene tantos lados que parece una circunferencia podrían construirlo con la herramienta anterior, es decir, a partir de sus ángulos, o construyendo sucesivos ángulos al centro muy pequeños en una circunferencia.

Figura 6 - Figura 6, Polígono regular de 36 lados



Fuente: elaboración propia

Se espera que los estudiantes discutan cuántos lados debería tener el polígono para que parezca una circunferencia y, en caso de que elijan hacer la construcción con ángulos al centro, qué amplitudes son convenientes para dividir los 360° en partes iguales.

Dado que la actividad se propone como una instancia de aplicación de conocimientos adquiridos a lo largo de la unidad geometría plana de 1º año de Enseñanza Media Básica (12-13 años), se espera que los estudiantes puedan enfrentarse a las construcciones de forma más o menos independiente.

El ítem 2 de la sección I de la actividad se propone para que los estudiantes presten atención al trabajo de sus compañeros, lo analicen y emitan una opinión fundada en el relato sobre la sociedad de *Planilandia*. Podrán indicar que les parece adecuado, o recomendar ser más específicos en cuanto a la jerarquía que se describe en el texto. También es interesante que los propios estudiantes corroboren si las construcciones dinámicas de los compañeros son correctas, mediante el arrastre de un vértice de una figura. Por ejemplo, si el polígono construido es un triángulo equilátero, el arrastre de uno de sus vértices libres puede cambiar el tamaño de la figura, pero manteniendo su calidad de triángulo equilátero.

Monitorear

Se recorrerá el salón mientras los estudiantes realizan la parte 1), con la intención de observar sus trabajos y responder dudas referidas a la construcción de figuras y utilización de Geogebra.

Seleccionar

Se seleccionará un dibujo de cada tipo mencionado en la sección anticipación. En caso de que haya dibujos que muestren la misma clasificación de los polígonos pero coloreados de forma diferente, se seleccionará más de un ejemplo para analizar qué representan los colores.

Secuenciar

Una vez que los estudiantes intercambien trabajos dispondrán de unos 5 minutos para analizar las construcciones de sus compañeros; el intercambio se realizará simplemente intercambiando computadoras. Luego, se presentarán por lo menos tres construcciones, una de cada tipo presentado en la sección de anticipación.

Cada construcción seleccionada será presentada por el equipo al que le haya tocado en el intercambio de dibujos, y el equipo que lo haya diseñado podrá intervenir para explicar por qué hicieron su dibujo de esa forma. La opinión de los estudiantes dependerá de si les tocó un dibujo similar al suyo o diferente. Por ejemplo, un equipo que realice un dibujo como el del caso 1 de la figura 1 y reciba un dibujo como el del caso 2 podría decir que el dibujo de sus compañeros representa a *Planilandia* con mayor exactitud o que no comprende por qué sus compañeros dieron ese orden a los polígonos regulares. No sólo se discutirá si la representación se adecua al texto, sino que también se discutirá si las figuras geométricas están bien construidas y correctamente ubicadas en la clase en que se las haya colocado.

Si algún equipo dibuja el polígono con tantos lados que parezca una circunferencia, se les pedirá al final que expliquen cómo lo construyeron.

Conectar

La secuencia establecida permitirá ver las distintas interpretaciones del cuento desde la más simple hasta la más compleja, por lo que irán conectando cada una con la siguiente al agregar más distinciones entre los miembros de la sociedad de *Planilandia*; de esta forma se profundizará en la clasificación de los polígonos en regulares y no regulares.

En caso de que en el monitoreo se hayan identificado dificultades para construir determinados polígonos, el problema se abordará en esta instancia, a medida que surjan al observar los dibujos.

En caso de que haya equipos que dibujen polígonos como el rectángulo no cuadrado o el triángulo isósceles no equilátero entre los polígonos regulares, se preguntará a toda la clase si eso es correcto y se discutirá sobre la definición de polígono regular.

Finalmente, se abordará la construcción del polígono con tantos lados que parezca una circunferencia: si algún equipo lo construye, se les pedirá que expliquen cómo lo hicieron, si ningún equipo se pensará colectivamente una posible construcción, siempre con las herramientas dadas para esta actividad.

Luego de esta instancia, el foco pasará al uso de los colores. Se pedirá a los estudiantes que expliquen qué criterio utilizaron para elegir los colores de sus dibujos. De esta forma se abrirá el debate sobre los criterios de clasificación en nuestra sociedad, ya que es esperable que el uso de los colores sea determinado por la clasificación social especificada por el cuento. En esta instancia pueden surgir comentarios sobre temas como el etiquetamiento y los cánones de belleza, la discriminación en general, las relaciones de poder e incluso el *bullying*.

La parte II de la actividad permitirá conexiones de tipo interdisciplinar pues la imaginación de los estudiantes al escribir los relatos se podrá posicionar, por ejemplo, en problemáticas como las mencionadas en el párrafo anterior. Así, la creación de ese relato y lo que los estudiantes vuelquen en ellos podrá ser abordado desde las clases de lengua y ciencias sociales en un trabajo conjunto con matemática que permitirá apuntar a la reflexión en torno a los derechos humanos de las personas, entre otros temas de interés.

Conclusões

El diseño presentado y la implementación propuesta desde las cinco prácticas de Stein et al. (2008) constituyen un aporte al repertorio didáctico del profesor de matemática. Destacamos tres aspectos. El primero, la perspectiva de la EMpJS permite ofrecer a los estudiantes situaciones contextualizadas sensatas (Spira, 2008). Con esto nos referimos a que el texto literario habilita la emergencia de problemas genuinos en el contexto de la sociedad que allí se describe. En otras palabras, el profesor no se ve llevado a inventar problemas contextualizados para satisfacer el reclamo habitual de los estudiantes acerca de la aplicabilidad de las matemáticas, sino que aquí el contexto está primero y luego surgen preguntas matemáticas a los efectos de poder comprender mejor el contexto literario y lo que allí se

plantea. El segundo aspecto que deseamos destacar es la perspectiva de la EMpJS como herramienta para un trabajo interdisciplinario (Molfino y Ochoviet, 2020). Esto se hace patente a lo largo de todo el trabajo, ya sea matemático o al tener que elaborar un relato sobre las vivencias de los habitantes de Planilandia.

El tercer aspecto a destacar es la herramienta GeoGebra. Tal como se plantea su uso constituye una ayuda necesaria para la exploración del problema y la presentación de respuestas. Queda evidenciado que no se trata de usar tecnología por mera imposición de las tendencias actuales que exigen al profesor su inclusión en la clase *per se*, sino porque, tal como vimos en el caso expuesto, constituye una herramienta imprescindible para construir conocimiento, esto es, es facilitadora de los aprendizajes.

Referências

- ABBOTT, E. **Planilandia**. Barcelona: Laertes Ediciones, 2016. 144 p.
- CARRIÓN, T.; MOLFINO, V.; OCHOVIET, C. Cruces entre matemática y literatura: ¿Un paraíso posible? En: G. BUENDÍA; V. MOLFINO; C. OCHOVIET (Comps.), **Estrechando lazos entre investigación y formación en Matemática Educativa. Volumen VI**. Montevideo: CFE, 2019, p. 107–116.
- COLOMBO, A. Un Mundo Feliz: El Lugar de la Realidad en el Álgebra Lineal. En G. BUENDÍA, V. MOLFINO y C. OCHOVIET (Comps.), **Estrechando lazos entre investigación y formación en Matemática Educativa. Volumen IV**. Montevideo: CFE, 2017, p. 53-69.
- DOLGAY, M.; OCHOVIET, C. Una historia de contadores. En: G. BUENDÍA; V. MOLFINO; C. OCHOVIET (Comps.), **Estrechando lazos entre investigación y formación en Matemática Educativa. Volumen III**. Montevideo: CFE, 2016, p. 43–50.
- FELTON–KOESTLER, M. Mathematics education as sociopolitical: prospective teachers' views of the What, Who, and How. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Netherlands, v. 20, n. 1, p. 49–74, feb. 2017.
- GUTSTEIN, E. **Reading and writing the world with mathematics: Toward a pedagogy for social justice**. New York: Routledge, 2006. 272 p.
- SCHAFFEL, V.; OCHOVIET, C. Consiguieron la paz en Planilandia. En G. BUENDÍA, V. MOLFINO; C. OCHOVIET (Comps.). **Estrechando lazos entre investigación y formación en Matemática Educativa. Experiencias conjuntas de docentes y futuros docentes. Volumen III**. Montevideo: CFE, 2016, p. 29-42.
- SKOVSMOSE, O. Alfabetismo matemático y globalización. En P. VALERO y O. SKOVSMOSE (Eds.). **Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas**. Bogotá: Una empresa docente, 2012, p. 65-105.
- STEIN, M.; ENGLE; R.; SMITH, M. ; HUGHES, E. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. **Mathematical Thinking and Learning**, Philadelphia, v. 10, n. 4, p. 313-340, oct. 2008. DOI: [10.1080/10986060802229675](https://doi.org/10.1080/10986060802229675).
- MOLFINO, V.; OCHOVIET, C. (2020). Enseñanza de la matemática para la justicia social. Una didáctica de la interdisciplinariedad. **Convocación**, Montevideo, v. 47, p. 6-16.
- MOLFINO, V.; OCHOVIET, C. Enseñanza de la matemática para la justicia social en cursos de postgraduación. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**,

México D.F., v. 22, n. 2, p. 139-162, jul. 2019. Disponible en: <https://doi.org/10.12802/relime.19.2221>

OCHOVIET, C. Literatura y matemática en el aula escolar. En M. CASARÍN y P. ARÁN. **Ciencias sociales: balance y perspectivas desde América Latina**. Córdoba: Editorial CEA. Colección Posdoc N°5, 2019, p. 229-245.

SPIRA, M. Contextualização ou insensatez? **Revista do Professor de Matemática**, Río de Janeiro, v. 63, p. 14, 2008.

WITTMANN, E. **Connecting Mathematics and Mathematics Education**. Switzerland: Springer, 2021. 332 p.

ZASLAVSKY, O. Open-ended tasks as a trigger for mathematics teachers' professional development. **For the Learning of Mathematics**, New Westminster, v. 15, n. 3, p. 15-20, nov. 1995

ZAZKIS, R.; LILJEDAHN, P. **Teaching Mathematics as Storytelling**. Rotterdam: Sense Publishers, 2009. 140 p.

SOBRE O/AS AUTOR/AS

Julietta Díaz. Estudiante de profesorado de matemática en el Instituto de Profesores Artigas, Montevideo, Uruguay. Coautora en pie de igualdad.

Verónica Molfino. Doctora en Matemática Educativa. Docente del Instituto de Profesores Artigas, Montevideo, Uruguay. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores (Uruguay). Coautora en pie de igualdad.

Cristina Ochoviet. Doctora en Matemática Educativa. Docente del Instituto de Profesores Artigas, Montevideo, Uruguay. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores (Uruguay). Coautora en pie de igualdad.

Jéssica Vizcaíno. Estudiante de profesorado de matemática en el Instituto de Profesores Artigas, Montevideo, Uruguay. Coautora en pie de igualdad.

Como citar este artículo

DÍAZ, Julieta; MOLFINO, Verónica; OCHOVIET, Cristina; VIZCAÍNO, Jéssica. Planilandia en el lienzo de geogebra: diseño de tareas e implementación en el aula. **Revista Educação em Páginas**, Vitória da Conquista, v. 01, e11363, 2022. DOI: <https://doi.org/10.22481/redupa.v1.11363>